

ENERJİ DÖVÜŞÜMÜ ÜN TEMELLERİ

Fözümlü Problemler 1

DERS NOTLARI

Yrd. Doç. Dr. Cemil GÜRÜNLÜ

ÖNSÖZ

Bu Çalışma, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü eğitim-öğretim programlarında yer alan "Enerji Dönüşümü-nün Temelleri" dersinde, öğrencilerin çözümü problem gereksinimini karşılamak amacıyla hazırlanmıştır. Seçilen problemler özgündür, hibbirinin metni veya çözümü herhangi bir kaynaktan alınmamıştır.

Hazırlık aşamasındaki katkılarından dolayı, değerli arkadaşım ve meslektaşım Doç.Dr.A.Oğuz SOYSAL'a, yayın aşamasında gösterdiği ilgiden dolayı Prof.Dr.Aybar ERTEPINAR'a teşekkür ederim.

Bu yapının öğrencilere ve uygulamada çalışan mühendislere yararlı olmasını diler, gelecek eleştirlere şimdiden teşekkür ederim.

Trabzon, 24 Temmuz 1989

Cemil GÜRUNLU

ENERJİ DÖNÜŞÜMÜNÜN TEMELLERİ

Problem çözümünde okuyucuya yardımcı olmak amacıyla "Enerji Dönüşümü" konusundaki temel bilgiler bu bölümde özetlenecektir. Bu bölümün amacı, temel kavramları kavramış okuyucuya, bu kavramları, bir kez daha anımsatmaktır. Kavramlar ayrıntılı olarak öğrenmek isteyenler için geniş bir kitap listesi bu yapıtin sonunda verilmiştir.

Enerji Dönüşümünün Temelleri dersinin içeriği, elektrik makinalarının çalışma ilkesi olan elektromekanik enerji dönütümünü incelenektir. Elektromekanik dönüştürücüler elektrik enerjisini mekanik enerjiye veya mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren aygıtlardır. Elektrik enerjisini mekanik enerjiye dönüştüren aygıtlara "motor", mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren aygıtlara ise "generator" adı verilir.

Elektrik mühendisliğinin konusu elektrik enerjisinin üretilmesi, iletilmesi, dağıtıması ve kullanılması olmaktadır. Elektrik enerjisi, elektrik santrallerinde sürücü bir düzenek tarafından sürülen senkron发电机den elde edilir. Senkron发电机 süren düzenek, santralın türune göre değişir. Sürücü düzenek, su türbini, buhar türbini, gaz türbini veya dizel moturu olabilir. Senkron发电机den elde edilen elektrik enerjisinin gerilimi dístuktur. Ekonomik bir enerji iletimi yapabilmek için senkron发电机de üretilen elektrik enerjisinin geriliminin yükseltilmesi gereklidir. Senkron发电机 çıkışında elde edilen elektrik enerjisinin geriliminin yükseltilmesi yükseltici transformator ile gerçekleştirir. Yükseltici transformator'dan çıkan gerilimi yükseltilmiş elektrik enerjisi havai hat üzerinden tüketim bölgelerine gönderilir. Tüketim bölgesinde gelen elektrik enerjisinin kullanılabilmesi için gerilimin tekrar düşülmeli gerekir. Yüksek gerilimli elektrik

enerjisinin, geriliminin düşürülmesi işlemi indirici transformator ile gerçekleştirilen. Elektrik enerjisi tüketicilerini gün boyunca çektikleri gücün değişimine göre iki kısma ayırlırız. Bunnlar aydınlatma tüketicisi ve sanayi tüketicileridir. Sanayi tüketicileri 3-fazlı olup, çektikleri güç vardialara bağlıdır. Aydınlatma tüketicisi ise tek fazlı olup gün boyunca çektiği yükte büyük değişimler görürler.

Elektromekanik dönüştürücüler basılıca üç kısımdan oluşurlar. Bunnlar elektriksel kısım, mekanik kısım ve bunlari birbirine bağlayan magnetik alandır. Buna göre elektromekanik dönüştürücüler tam olarak anlamak isteyenin, elektrik devrelerini, mekanik yasaları ve magnetik alanların hesaplarını çok iyi kavramış olması gereklidir.

Elektromagnetik olayların en genel halde incelemesi Maxwell denklemleri aracılığı ile olur. Elektromekanik dönüştürücülerdeki magnetik olaylar hızlı değişim türden olmalarından genel olarak Maxwell denklemlerinin çözümüne gerek kalmaz.

Magnetik devrelerin analizinde yararlanılan yasalardan biri Ampere yasasıdır.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} dA$$

bu denklemin sol tarafı magnetik alan siddeti \vec{H} in kapalı bir çevre boyunca çizgisi entegrali, sağ taraf ise akım yoğunluğu \vec{J} nin bu kapalı çevre ile belirlenen yüzey için yüzey entagrallıdır.

Ampere yasası, magnetik devre analizinde çok yararlanılan bir kavram olan magnetomotor kuvvet kavramından yararlanarak yeniden yazılıbilir. N sarımlı bir bobinden i akımıının geçmesi durumunda, bu bobinin magnetomotor kuvveti F_m aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$F_m = Ni$$

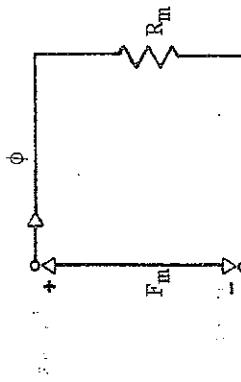
Magnetomotor kuvvetin birimi Amper-sarimidir. Buna göre Ampere yassasını yeniden yazalım.

$$F_m = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

Magnetik devrelerde çok yararlanılan diğer bir kavram ise magnetik direnç (relüktans) kavramıdır. İçerisinden ϕ akısı geçen ve uçlarında F_m magnetomotor kuvveti olan bir magnetik malzememin magnetik direnci R_m aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$R_m = \frac{F_m}{\phi}$$

Magnetik direncin birimi A/Wb dir. Magnetik dirence iliskin gösterim.



Magnetik devrelerle elektrik devreleri arasında bir benzerim vardır. Magnetik devredeki akı, elektrik devresindeki akıma, magnetik devredeki magnetomotor devresindeki dirence, magnetik devresindeki magnetomotor kuvvet ise elektrik devresindeki dirence karşı düşmektedir. Magnetik devrelerin çözümünde magnetik devrelerle elektrik devreleri arasındaki çok yararlanılır.

Elektromekanik düzeneşklerin analizinde yararlanılan diğer bir yasada Faraday yasasıdır. Bir bobinin toplam akısı λ ının değişimi durumunda bobinde endüklenen e gerilimi E_m şeklinde olur.

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

İçerisinden i akımı almakta olan bobinin toplam akısı λ

ise bu bobinin endüktansı bobinin toplam akışının bobinin akımına oranı olarak tanımlanır.

$$L = \frac{\lambda}{I}$$

Endüktansın birimi Henry'dir. Endüktansın tanım bağıntısı dikkatli olarak incelendirse endüktansın bir sabit olabileceği gibi zamanın işlevi veya akımın işlevi ya da hem zamanın ve hem de akımın işlevi olabileceği görürlür. Endüktansın bir sabit olması durumunda endüktans linearidir, yalnızca zamanın işlevi ise linear zaman'a değişen türdeidir, veya yalnızca akımın işlevi ise nonlinearidir ya da hem akımın hem de zamanın işlevi ise nonlinear zamanla değişen türündür.

Endüktans ile magnetik direnç arasındaki ilişki

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

şeklindedir. Bu bağıntı problem çözümünde çok sık kullanıldığından, bu bağıntiya dikkat etmek gereklidir.

Bir malzemenin magnetik geçirgenliği μ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu = \frac{B}{H}$$

Burada B aki yoğunluğunu H ise alan siddetini göstermektedir. Aki yoğunluğunun birimi Tesla, alan siddetinin boyutu ise A/m , magnetik geçirgenliğin boyutu Henry/m'dir.

Havanın geçirgenliği μ_0 ile gösterilir ve $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ olarak alınır. Bir malzemenin magnetik geçirgenliğinin havanın geçirgenliğine oranına bağlı magnetik geçirgenlik adı verilir.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Yukarıdaki bağıntıdan da görüldüğü gibi bağlı geçirgenlik birimsizdir.

Havada, birim hacimde depo edilen enerjiyi w ile gösterelim. Birim hacimde depolanan enerji

$$w = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \frac{1}{2} B \cdot H$$

şeklinde olur. w nin birimi Joule/m³ dir.

Bir A yüzeyine etkiyen magnetik kuvvet

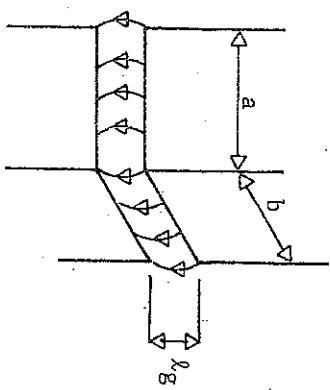
$$F = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} A = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 A = \frac{1}{2} B \cdot H \cdot A$$

olacaktır. Kuvvetin birimi Newton'dur.

Magnetik sistemlerin çözümünde izlenecek yol, verilen magnetik sisteme karşı düşecek magnetik devreyi çizerek, bu devreye Ampere yasasını ve aki eşitliklerini yazarak çözmek olacaktır. Magnetik devrelerin çözümleri elektrik devrelerinin çözümleriley benzeşim göstermektedir.

Bir bobinde üretilen akımın tüm yolu magnetik malzeme üzerinden tamamlanmaz, hava boşluğundan tamamlar. Yolunu hava boşluğundan tamamlayan akıya kaçak aki adını veriyoruz. Kaçak aki özellikle magnetik devreyi tasarlayan tasarım mühendisini ilgilendiren bir sorundur.

Magnetik aki yolunu hava aralığı üzerinden tamamlarken üç etkileri nedentyle aki saptımları olur.



Sekilden de görüldüğü gibi magnetik aki yolunu hava arasımsızdır.

liginden düz olarak tamamlanmaktadır. Üç etkisi nedeniyle hava aralığında aki sapmaları olmaktadır. Aki sapması nedeniyle hava aralığının ortasındaki düzlemedeki aki yoğunluğu, magnetik materyaldeki aki yoğunluğuna göre daha azdır, diğer bir deyis ile hava aralığının etkin kesit büyümüştür. Hava aralığındaki akiin geçtiği en büyük kesisite etkin kesit adı verilir. Magnetik devrelerin gözümden hava aralığındaki aki sapmalarının gözönüne alınması durumunda etkin kesiti bilmek gerekdir. Gerekte hava aralığında aki sapmasının duyarlı bir şekilde hesaplanması alan denklemlerinin sayısal yöntemlerle çözümü ile yapılabılır, ancak böyle bir çözüm zaman alıcıdır. Bu nedenle hava aralığının etkin kesitinin hesabında, bu konuda galisan mühendislerin yıllar boyunca deneyimlerinin sonucu olan, amprik bağıntıları kullanılır. Hava aralığının geometrik yapısına göre bu bağıntılar değişmektedir.

Hava aralığının karşılarındaki magnetik malzeme yüzeyinin paralel ve aynı olması durumunda hava aralığının etkin kesiti

$$A_g = (a + \lambda g)(b + \lambda g)$$

bağıntısı ile bulunabilir. Burada a ve b hava aralığının karşısındaki eşit ve paralel yüzeylerin boyutları, λg ise hava aralığının genişliğidir.

Hava aralığının karşısındaki yüzeylerin paralel ancak eşit olmaması durumunu inceleyelim. Bu koşullarda hava aralığının etkin kesiti

$$A_g = (a + 2 \lambda g)(b + 2 \lambda g)$$

olarak alınır. Burada a ve b küçük olan arakesite ilişkin boyutları, λg ise hava aralığının boyudur.

Hava aralığının geometrik yapısının daha farklı olması durumlarında, hava aralığının etkin kesitini veren bağıntılar vardır ve bunlar problem çözümünde soru ile birlikte verilir.

Fiziksel aygıtların matematiksel modellemesinde, öncelik-

le yapılacak is fiziksel sistemin çalışmasını anlamaktadır. Bundan sonra yapılacak is olabildiğine varsayılmış yaparak fiziksel sisteme karşı düşen matematiksel modeli kurmaktadır. Kurulan bu modelin verdiği sonuçlarla, deney sonuçları karşılaştırılır. Kuramsal sonuçlarla, deney sonuçları arasındaki fark yeteri kadar küçükse model geçerlidir, hesaplarda kullanılır. Ancak kuramsal sonuçlarla, deney sonuçları yeteri kadar yakın değil ise bu durumda yapılan varsayımlardan bir veya birkaç kırılırlar. Varsayımların kırılması durumda elde edilen model bir önceki modele göre daha karmaşık ancak verdiği sonuçlar bir önceki modelin verdiği sonuçlara göre daha gerçekçidir. Bu yeni modelin verdiği sonuçlarda deney sonuçları ile karşılaşıldığında yeteri kadar küçük bulunmazsa, bu durumda varsayılmaya ve daha karmaşık modeller elde edilmeye gidilir. Deney sonuçları ile kuramsal sonuçların yeteri kadar yakın olması kavramı, problemin doğası ile ilgiliidir.

Buraya kadar incelediğimiz magnetik sistemlerde, magnetik akı, bir bobinden akım geçirilerek yaratılmıştır. Bu tür bir magnetik akı yaratma kaynağı ve bobine gereksinim göstermesi ve bobinde kayiplara neden olması gibi sakincaları vardır. Böyle bir magnetik akı zamanlardan beli yaratılmaktır. Sürekli mıknatıslar çok eski zamanlardan beli bilinmektedir, istenilen büyülüklük ve şekilde imal olmaları ancak son yıllarda mümkün olmuştur. Herhangi bir ferromagnetik malzemeyi artık mıknatıslanma noktasıonda galistirarak sürekli mıknatıs elde etmek mümkün gibi düşünürse de böyle bir mıknatıslık gerçek anlamda bir sürekli mıknatıslık değildir. Mekanik titresimlerle veya isıtma ile ya da ters yönde bir magnetik alan uygulayarak kolayca ortadan kaldırılabilir.

Ancak bazı malzemelerin mıknatıslıkları, demirin artik mıknatıslığına göre daha dayanıklıdır. Bu malzemeler demir, nikel veya kobalt alasınlarıdır ve genellikle işil işlemler sonucu elde edilirler ve mekanik olarak serttirler. Mekanik olarak sert olmaları nedeniyle sürekli mıknatıslara sert malzeme adı verilir. Sürekli mıknatıs olmayan ferromagnetik malzemelere ise yumusak malzeme adı verilir. Sürekli mıknatıs problemlerinin çözümünde yumusak malzemelerin bağıl geçirgenliği genel olarak sonsuz allır.

Kaçak akıları yok varsayıduğumuzdan, akının sürekliliği denklemini yazabilirim.

$$B_m A_m = B_g A_g \quad (2)$$

Hava aralığı için aki yoğunluğu ile alan şiddeti arasındaki ilişki

$$B_g = \mu_0 H_g \quad (3)$$

şeklindedir.

Yukarıdaki üç denklemi çözmüşünden B_m ile H_m arasındaki ilişkiye

$$B_m = -\mu_0 A_m \frac{A_g}{A_m} \frac{\lambda_m}{\lambda_g} H_m$$

doğrusu bulunur. B_m ile H_m arasındaki ilişkiyi gösteren doğruya "yük doğrusu" adı verilir. Yük doğrusu ile ters makinatlanma eğrisinin kesit noktasını çalışma noktasını verir.

Sürekli maknatısın hacmini hesaplayalım. (1) ve (2) nolu denklemelerden

$$A_m \lambda_m = \left(\frac{B_g A_g}{B_m} \right) \left(\frac{-H_g \lambda_g}{H_m} \right)$$

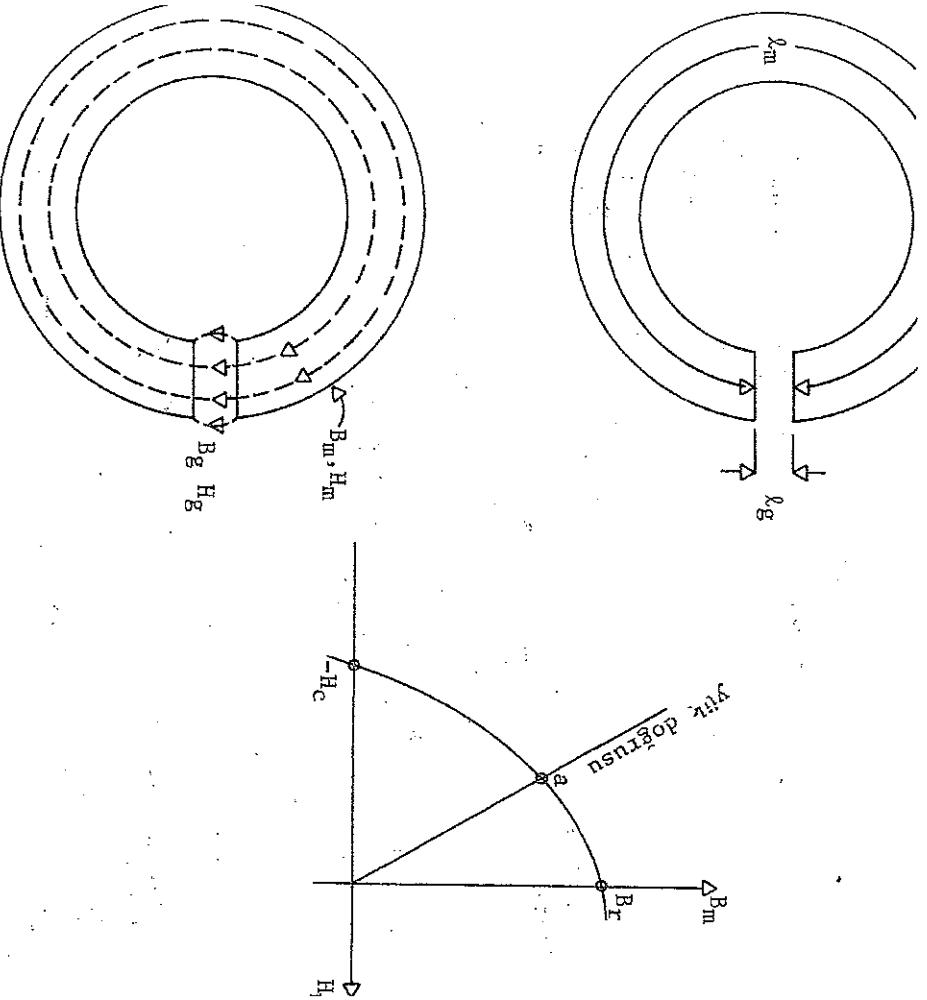
yazabiliriz. Böylece sürekli maknatısın hacmi için

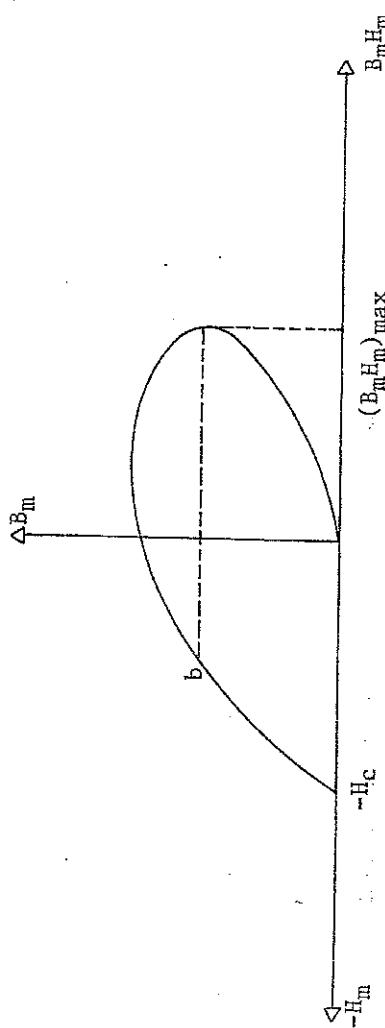
$$V_m = |A_m \lambda_m| = \left| \frac{B_g^2 V_g}{\mu_0 B_m H_m} \right| \quad |m^3|$$

Sekilde gösterilen hava aralığı içeren sürekli makinatlı magnetik devrenin analizi ile ilgilenelim. Tüm akının yolunu hava aralığından tamamladığını diğer bir deyiş ile kaçak akının olmadığını varsayalım. Hava aralığındaki aksapmalarını göz önüne alalım. Bu koşullarda hava aralığından etkin kesiti alanı A_g , magnetin enine kesiti alamına A_m diyelim. Hava aralığındaki aks sapması nedeniyle hava aralığının etkin kesiti A_g , magnetin kesiti A_m den büyük olacaktır.

Verilen sürekli makinatlı magnetik devreye, aks yolu boyunca, Ampere yasasını uygulayalım.

$$H_m \lambda_m + H_g \lambda_g = 0 \quad (1)$$





enerji çarpımı eğrisi ile birlikte verilmüştür. Sürekli mıknatılı sistemin en iyi dizay edilebilmesi ancak magnetin b noktasıında çalışması durumunda gerçekleştirilmektedir.

bilir veya dizayn deneyimlerinden yararlanarak yaklaşık olarak tahmin edilebilir. Bazı büyük makinalarda kaçak faktörü q nun değeri 4'e kadar çıkabilir. Kaçak akı faktörü q nun 4 olması durumunda magnetin verdiği akının ancak dörtte birinden yararlanılmaktadır.

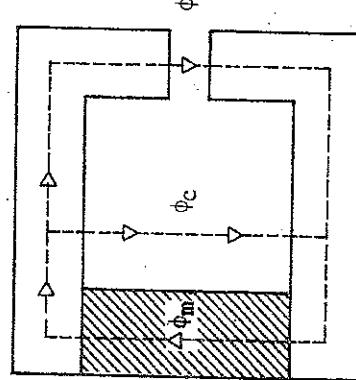
Kaçak akının da hesaba katılması durumunda magnetin hacmi

$$V_m = |\mathcal{L}_m A_m| = \left| \frac{q B_g^2 V_g}{\mu_0 B_m H_m} \right|$$

bağıntısı ile bulunur.

Günümüzde, mühendislik hayatında kullanılan sürekli mıknatıs malzemelerinin çok değişik türleri vardır. Buntara örnek olarak Alnico adı verilen aliminyum, nikel ve kobalt合金larının çeşitlilarını Ferryit ferit türlerini, nadir toprak elementlerinin alaşımlarını göstermektedir. Bu malzemelerin gerek mekanik, gerekse magnetik özelliklerini imalatçı firmalar tarafından verilir. Her bir malzeme türünün diğerine göre üstünlükleri bulunmaktadır.

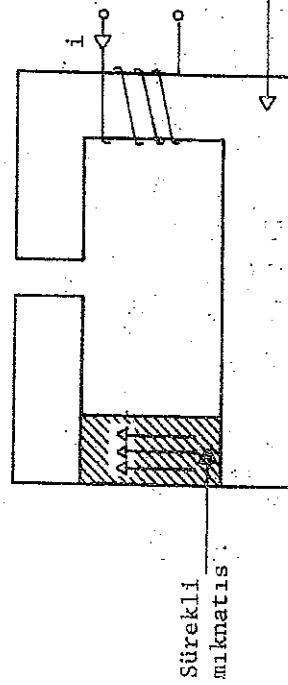
Sürekli mıknatılı magnetik devrelerin çözümleri buraya kadar anlatılan ilkelelerden yararlanılarak yapılabilir. Verilen sürekli mıknatılı bir magnetik sistemin esdeğer devresi iki türle çizilebilir. Esdeğer devre çizilirken, sürekli mıknatılı magnetik sistemin esdeğer devresinin nasıl çizildiğini bir örnek üzerinde görelim. Yumusak magnetik malzemenin bağıl geçirgenliğinin sonsuz olduğunu varsayıyalım.



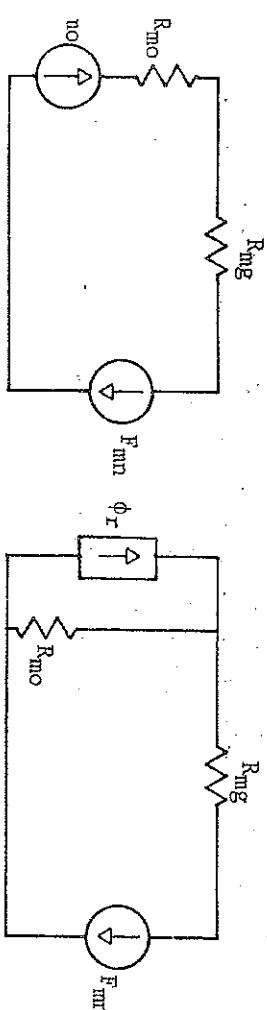
Uygulamadaki magnetik sistemlerde belirli bir ölçüde akı kacağı söz konusu olur. Magnetik sistemlerin analizi yapıldıktan sonra, akı kacağıını da hesaba katmak amacıyla q kaçak akı faktörü tanımlanır.

$$q = \frac{\text{Magnet içindeki akı}}{\text{Hava aralığındaki akı}}$$

Kaçak akı faktörü q , magnetik alan hesaplarından buluna-



Yumuşak magnetik malzeme



iletken metallerin, ortam sıcaklığı azaldıkça, dirençlerinin de azalıklarını biliyoruz. 0K de metallerin dirençlerinin sıfır olması olayına süperiletkenlik adı verilir. Süperiletken metalin içinden akım geçmesi durumunda, süperiletkenin direncinin sıfır olması nedeniyle, iletkende bakır kayipları olmayacağından emin oluyoruz. Böyle kayıpsız bir iletken enerji mühendisliği açısından çok önemlidir.

Süperiletkenlik çok önceden bilinmekte ve üzerinde galitsizliklerde son birkaç yılda oluşan olagantılık gelişmeler süperiletkenlik konusunda yepyeni boyutlar kazandırdı. J. Bednorz ve A. Müller, yaptıkları araştırmalar sonucunda seramik bazlı alaşımının 40K de süperiletkenlik özelliğini gösterdiğini buldular. Paul Chu ise seramikin başka bir alaşımının 98K de süperiletken olduğunu buldu. Yakın bir gelecekte süperiletkenlik konusunda çok büyük değişiklikler olacağı sanılmaktadır.

Elektrik enerjisi ile mekanik enerjiyi birbirine dönüştürmen sistemlere, genel olarak elektromekanik sistemler adını veriyoruz. Hidrolik, röle, motor,生成器 v.s. gibi modern yaşamın birer birer parçası olan ağıtlar enerji dönüştürücüler birer örnektir.

Elektromekanik sistemlerin incelenmesinde iki farklı yol izlenebilir. Birlardan biri enerjinin korunumu ilkesini uygulamak, diğer ise genelleştirilmiş koordinatlarla Lagrange-Hamilton denklemlerini kullanmaktır. Her iki yöntemde problem çözümünde aynı sonucu verirler. ikinci yöntemin öğrenilmesi için, ikinci göre daha ileri düzeyde matematik bilmek gerekmektedir, ancak ikinci yöntem ikinci ne göre bir çok probleme çözüm üstünlüğü sağlamanmaktadır.

Lagrange-Hamilton denklemlerinin çözümü bu kitabın çerçevesi dışındadır. Bu kitapta izlenecek yöntem enerjinin sakınımlı ilkesidir.

Enerjinin sakınımlı ilkesini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

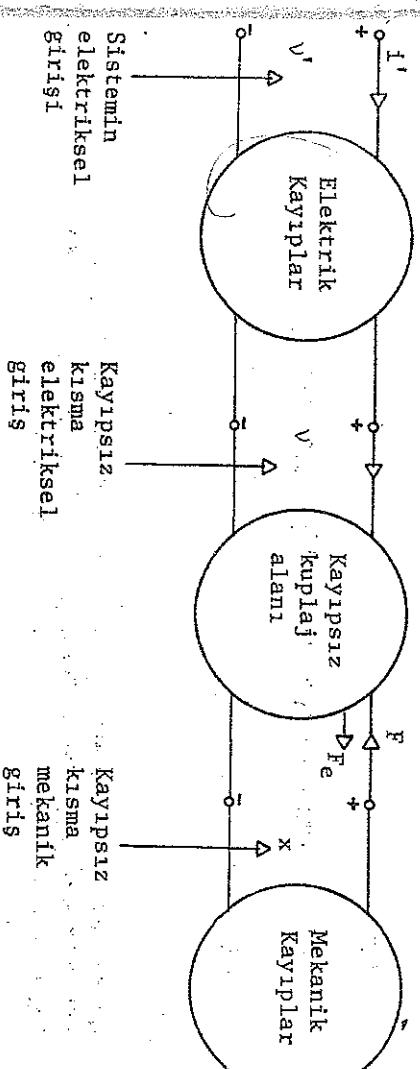
$$\text{Elektrik enerjisi} + \text{Mekanik enerjisi} = \text{Depo edilen enerjideki artısı} + \text{Isıya dönen enerji}$$

veya

$$\text{Elektrik Yapılan Depo edilen Isıya enerjisi} = \text{mekanik} + \text{enerjideki} + \text{dönen enerji}$$

$$\text{girişi} \quad \text{artı} \quad \text{enerji}$$

Elektromekanik bir sistemin gösterimi aşağıda verilmiştir.



Elektromekanik enerji dönüsümü mekanik ve elektriksel enerjinin kуплаж alanı üzerinden birbirine dönüşmesi ile sağlanabilir. Kurvet kуплаж alanında depo edilen enerji

değisiminden gidilerek bulunabilir.

$$F dx + v i dt = dW$$

Burada

$$\begin{aligned} F dx &= \text{Mekanik enerji girişi} \\ vi dt &= \text{Elektrik enerji girişi} \\ dW &= \text{Depo edilen enerjideki artış} \end{aligned}$$

Denklemi F cinsinden yazalım. Burada F elektriksel kökenli kuvvet olup, F kuvvetine zıt yöndedir. Elektriksel alanda depo edilen enerjiyi yok varsayıarak, depo edilen enerjiyi yalnızca magnetik ajanda depo edilen enerjiden oluşacaktır. Depo edilen magnetik enerjiyi dW_m ile gösterelim. Bu koşullarda enerji denge denklemi

$$Fe dx = -dW_m + vi dt$$

seklinde yazılabilir. Faraday yasasından, endüklenen gerilim

$$v = \frac{d\lambda}{dt}$$

yazılabilir. Denge denklemini yeniden yazarsak

$$Fe dx = -dW_m + i d\lambda$$

bulunur.

Burada enerji dönüşümü açısından önemli bir sorun olan bağımsız değişken seçme sorununu irdeleyelim. Elektronik sistem analizinde bağımsız değişken olarak (i, x) veya (λ, x) alınır.

Akımin bağımsız değişken alınmasında, toplam aki $\lambda = \lambda(i, x)$ olacaktır. Toplam akının tam diferansiyelini alalım.

$$d\lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial i} di + \frac{\partial \lambda}{\partial x} dx$$

Diger yandan, sisteme depo edilen magnetik enerji $W_m = W_m(i, x)$ şeklinde olacaktır. Magnetik enerji işlevinin tam diferansiyelini alalım.

$$dW_m = \frac{\partial W_m}{\partial i} di + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx$$

Son iki bağıntıyı enerji denge denkleminde yerine yazalım.

$$Fe dx = -\frac{\partial W_m}{\partial x} dx - \frac{\partial W_m}{\partial i} di + i \frac{d\lambda}{di} dx + i \frac{\partial \lambda}{\partial x} di$$

\therefore

$$Fe dx = (-\frac{\partial W_m}{\partial x} + i \frac{\partial \lambda}{\partial x}) dx + (-\frac{\partial W_m}{\partial i} + i \frac{d\lambda}{di}) di$$

Eşitliğin geçerli olabilmesi için dx teriminin katsayıları eşit olmalıdır.

$$Fe = -\frac{\partial W_m}{\partial x}(i, x) + i \frac{\partial \lambda}{\partial x}(i, x)$$

Aranan kuvvet ifadesi bulunmuştur. Bu denklemde akımın değişken olarak seçilmesi durumunda gegerli olduğunu unutmamak gerekdir.

Akımin bağımsız değişken olarak seçilmesi durumunda $i = i(\lambda, x)$ ve $W_m = W_m(\lambda, x)$ olacaktır. Magnetik enerji ifadesinin tam diferansiyelini alalım.

$$dW_m = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W}{\partial x} dx$$

Enerjinin tam diferansiyelini enerji denge denkleminde yerine yazalım.

$$Fe dx = -\frac{\partial W_m}{\partial x} dx - \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda + i dx$$

Bu eşitliğin geçerli olabilmesi için dx terimlerinin kat sayıları aynı olmalıdır.

$$Fe = -\frac{\partial W_m}{\partial x}(\lambda, x)$$

Bu kuvvet ifadesinin akının değişken olarak alınması durumunda geçerli olduğunu unutmayalım.

Endüktansın linear olduğu bir elektromekanik sisteme de po edilen enerji için

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} R_m \phi^2$$

yazılabilir. Bu bağıntılardan kuvvet ifadeleri

$$F_e = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

ve

$$F_e = -\frac{\phi^2}{2} \frac{dR_m}{dx}$$

bulunur. Burada bulunan kuvvet ifadelerinin yalnızca endüktansın linear olması durumunda geçerli olduğunu önele belirtelim. Endüktansın, nonlinear olması durumunda, kuvvet hesabında bu bağıntıları kullanma yanlışına öğrenci-ler sık sık düşmektedir.

Elektromekanik enerji dönüsümü yapan bir ayağa ilişkin nicel bilgiler elde edilmesinde çeşitli güçlüklerle karşılaşırlar. Hesleyden önce denklemlerin parametrelerine değer bigmek zorluk gösterir. Ölçümlerin yapılabilmesi için bazı varsayımların yapılması gereklidir. Buna bir örnek verecek olursak, elektromekanik bir ayağın endüktansının hesabında, ilk aşamada magnetik malzemenin doyma etkisi yoksayılır. Benzer şekilde, döner makinalarında endüktans hesabında alan harmonikleri, kaçak akılar, oluk ve dis etkilerini ilk aşamada hesaba katmak kolay olmaz. Ancak gerekçe bu faktörlerde makinanın performansı üzerine etki edeceklerdir. Buradan da anlaşıldığı gibi başlangıçta yapılan modeller makinanın idealize edilmiş modelleri olmaktadır. Basitleştirici varsayımlar modelin kattiyetini azaltmıştır. Daha kattı modeller yapılımak istenirse, başlangıçta hesaba katılmayan, ikinci dereceden etkenleri de gözönüne almak gerekecektir.

Elektromekanik enerji dönüsümü yapan cihazların çalışma- sinin incelenmesinde karşılaşılan ikinci bir güçlük, kar-

şlaşılan hareket denklemini çözmektir. Bu genellikle, zamanla değişen nonlinear türden diferansiyel denklemlerdir. Bu denklemleri en genel halde analitik olarak çözen yöntemler yoktur ve analitik çözüme gidemek için bazı yaklaşıklıkların yapılması gereklidir. Sözelimi transdüsürlerde, hareketin incremental olduğunu varsayıarak nonlinear denklemler kararlı bir çalışma noktası etrafında linearleştirilebilirler.

Nonlinear olan denklemler linearleştirildikten sonra standart çözüm yöntemlerinden biri ile örneğin Lablace transformasyonu ile çözülebilir. Bu denklemleri numerik yöntemlerle bilsesayarada da çözme eğilimde olduğundan izlenmeyeceklerdir.

- 1) Topolojik ve fiziksel tanımlama: Bu aşama, giriş ve çıkış uclarının belirlendiği, hareketli ve hareketsiz kisimların saptandığı; magnetik yapının tanımlandığı, sargılarla ilişkin verilerin ve fiziksel boyutların belirlendiği aşamadır.
- 2) Modelin ve basitleştirici varsayımların seçimi: Model ilgililenilen problemin ne derecede duyarlı çözümünün istediği ile ilgilidir. Elektromekanik ayağın modellemesinde, sık yapılan varsayımlara örnek olarak, kaçak akının yokvarsayılmasını veya havaya aralığında aki sapmasının yokvarsayılmasını ya da magnetik malzemeeki doymannın gözardi edilmesini gösterebiliriz. Sık yapılan basitleştirici varsayımlara diğer bir örnekte magnetik malzemeyi ideal varsayımk yani magnetik malzemenin bağlı geçirgerliğini sonsuz varsayımaktır.
- 3) Sistem parametrelerinin belirlenmesi: Bu aşamada elektriksel kısım direnç, endüktans veya kapasite parametrelerinin, mekanik kısımın kütle (veya atalet momenti), yay değişmez ve sürtünme katsayıları belirlenir. Bu parametreler genel olarak sistemin fiziksel olarak tanımından, basitleştirici varsayımlardan ve seçilen modelin sonucudur. Genel olarak bir elektromekanik cihazın belirlenmesinde zorluk gösteren parametre, endüktan- sia ilişkin parametredir.

- 4) Hareketin elektriksel ve mekanik denklemlerinin belirtilmesi: Bu aşamada elektriksel kısma ılliskin akım ve gerilim denklemleri, mekanik kısma ılliskin kuvvet denklemleri yazılır.

5) Hareket denklemlerinin çözümleri: Bu aşamadaki işlemler haret denkleminin formülasyonu bittikten sonra yapıılır. Formülasyon sonucunda bulunan diferansiyel denklemler genellikle nonlineardır. Basit hallerde, kigik genlikli değişimler için diferansiyel denklemler linearleştirilir ve sabit katsayılı diferansiyel denklem dönuştürülerek çözümlenir. Döner makinalar için Park dönüsümü, Clarke dönümü, Hwang dönüsümü gibi dönüsümlere gerek duyulabilir. En genel halde, görevim saglayan transformasyon yoktur. Ancak, bugün bilgisayarlarla gesitli sayisal yöntemlerden yararlanarak, hareket denklemini linearleştirmeden çözme olanağı vardır.

Burada kadar yaptığımız tartışmalarda, yalnızca tek bir bobini yani tek bir elektriksel girişsi olan elektromekanik sistemleri incelemistiğiz.

Cok uyarmalı bir sisteme toplam akı akım ilişkisi

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 + \dots + L_{1n} i_n$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 + \dots + L_{2n} i_n$$

$$\lambda_n = L_{n1} i_1 + L_{n2} i_2 + \dots + L_{nn} i_n$$

Cok uyarmalı bir sisteme toplam akı akım ilişkisi

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_m \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

yazılabilirler. Aynı denklemler daha da kisa olarak

$$\lambda = L \dot{i}$$

seklinde de yazılabilir.

5) Hareket denklemlerinin çözümleri: Aynı denklemler sisteme yazılıbilir.

$$F_{m1} = R_{m11} \phi_1 + R_{m12} \phi_2 + \dots + R_{mn} \phi_n$$

$$F_{m2} = R_{m21} \phi_1 + R_{m22} \phi_2 + \dots + R_{mn} \phi_n$$

$$\vdots \quad \vdots $

$$F_{mu} = R_{mn1} \phi_1 + R_{mn2} \phi_2 + \dots + R_{mn} \phi_n$$

seklinde yazılıbilir. Aynı denklemler matrisel bicimde

$$\begin{bmatrix} F_{m1} \\ F_{m2} \\ \vdots \\ F_{mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{m11} & R_{m12} & \dots & R_{mn} \\ R_{m21} & R_{m22} & \dots & R_{mn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{mn1} & R_{mn2} & \dots & R_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}$$

seklinde yazılıbilir. Aynı denklemler daha da kisa olarak

$$[F_m] = [R_m] [\phi]$$

olarak yazılıbilir.

Cok uyarmalı elektromekanik sisteme depo edilen enerji

$$W_m = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + \frac{1}{2} L_{33} i_3^2 + \dots + L_{12} i_1 i_2 + L_{13} i_1 i_3 + \dots$$

veya

$$W_m = \frac{1}{2} R_{m11} \phi_1^2 + \frac{1}{2} R_{m22} \phi_2^2 + \frac{1}{2} R_{m33} \phi_3^2 + \dots + R_{m12} \phi_1 \phi_2 + R_{m13} \phi_1 \phi_3 + \dots$$

seklindedir. Bu bağıntıları da matrisel olarak yazalım.

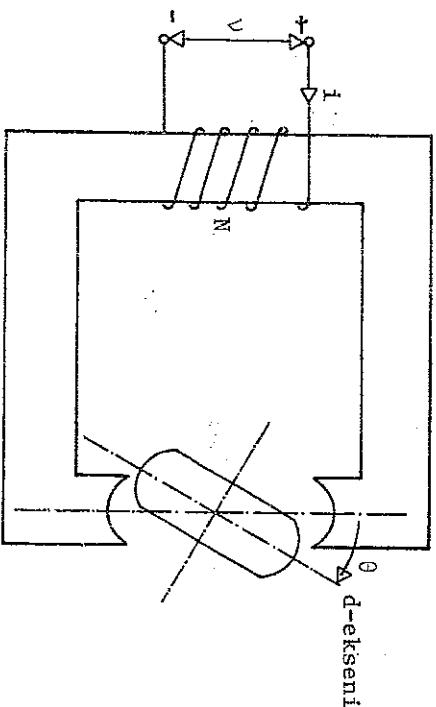
$$W_m = \frac{1}{2} i^T L i$$

$$W_m = \frac{1}{2} \phi^T R_m \phi$$

Çok uyarmalı sistemlerde kuvvet ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$F_e = \frac{1}{2} i^T \frac{d}{dx} L i$$

$$F_e = \frac{1}{2} \phi^T \frac{d}{dx} R_m \phi$$

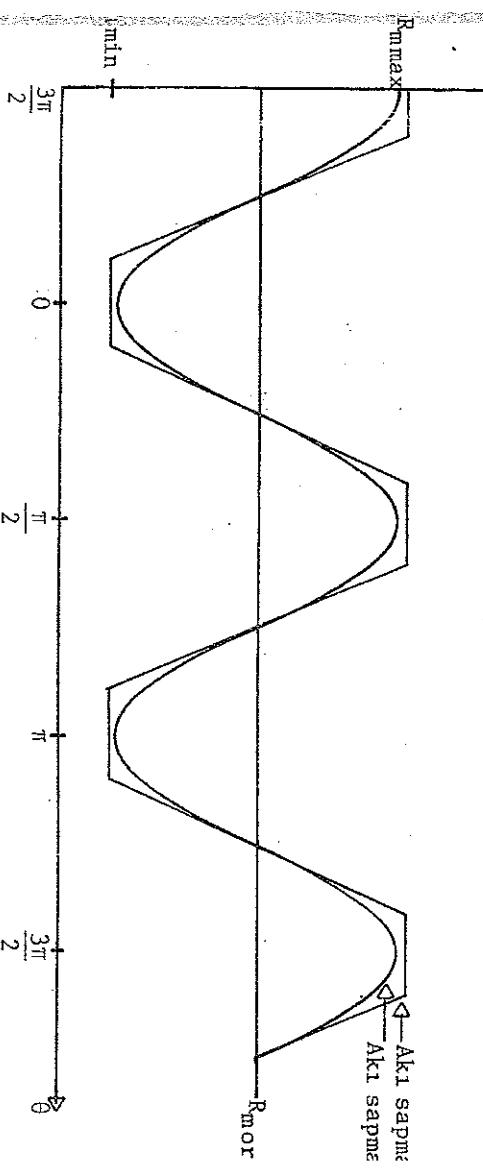


Sekilden de görüldüğü gibi reliktans θ ya bağlı olarak değişmektedir. Matematik derslerinden biliştiği gibi, peryodik fonksiyonlar Fourier serisine açılabilirler.

En basit döner elektrik makinasına örnek olan, rotoru sarsısal reliktans motorunu inceleyelim. Motorun hareketsiz-

kısmasına stator, hareketli kısmına ise rotor adını veriyoruz. Rotor bir mil etrafında rahatça dönme hareseti yapılmaktadır. Reliktans motorunun analizinde, elektromekanik sistemlerin analizinde yapılan standart varsayımları yapalım. Magnetik malzemenin ideal olduğunu varsayıcağız, diğer bir deyiş ile magnetik malzemenin bağılı geçirgenliğinin sonsuz olduğunu varsayıyalım. Kacak akıları ve havalarlığındaki aki sapmalarını gözardı edelim.

Rotor konumu değişikçe, reliktansı θ açısına bağlı olarak değişecektir. $\theta=0$ -konumunda, reliktansı minimum olacaktır. $\theta=\pi/2$ rad olduğunda reliktans maksimum olacaktır. $\theta=\pi$ rad olduğunda, reliktans tekrar minimum olacak ve sid peryot tamamlanmış olacaktır. Rotor döndürülmeye devam edilirse, reliktansta peryodu π rad olan peryodik bir fonksiyon olacaktır.



$$f(\theta) = \frac{A_0}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\theta + B_k \sin k\theta)$$

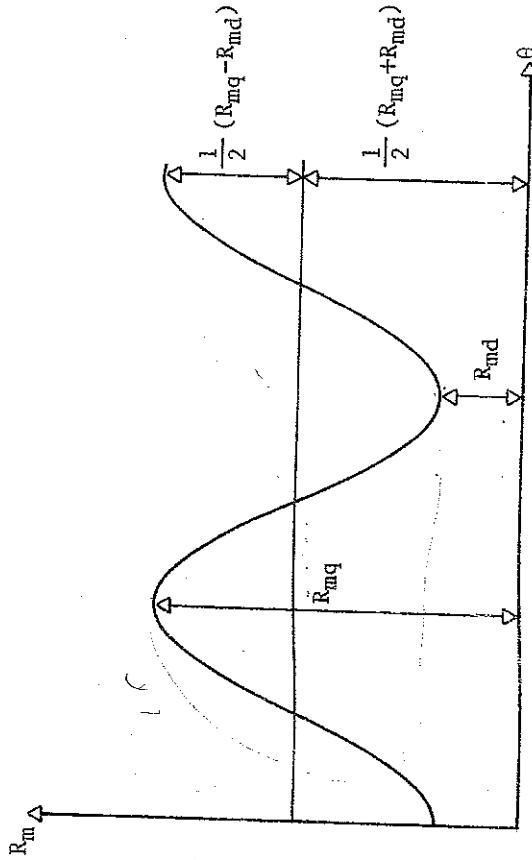
Ancak, şekil dikkatli olarak incelenirse, şekilde bir sime-trinin olduğu görürlür. Bu simetri nedeniyle, Fourier serisine acilimda yalnızca $k = 2, 4, 6, 8$ gibi terimler görülecektir. 0 halde reliktans fonksiyonunun Fourier serisine acilimi

$$R_m(\theta) = R_{m0} + A \cos 2\theta + B \cos 4\theta + \dots$$

R_m şeklinde olur.

Yukarıda reliktans fonksiyonu için yapılan tartışmaların benzeri endüktans fonksiyonu için de yapılabilir.

$$L(\theta) = L_{0r} + C \cos 2\theta + D \cos 4\theta + \dots$$



Reliktans fonksiyonun seri açılımında, bir sabit, bir de değişken olmak üzere, iki terim alalım, diğer terimleri gözardı edelim. Reliktansın $\theta = 0$ için değerine R_{md} ve $\theta = \pi/2$ rad için değerine R_{mq} diyelim. $R_{mq} > R_{md}$ olacak apacaktır. Bu koşullar altında reliktans fonksiyonunun konumla değişimini yazalım.

$$R_m = \frac{1}{2} (R_{md} + R_{mq}) + \frac{1}{2} (R_{mq} - R_{md}) \cos 2\theta$$

Uygulamada, genellikle reliktans motorunun sargılarının direnci çok yük yapıllır. Bu nedenle sargıda endüktinen gerilim, sargiya uygulanan gerilime eşit alınabilir.

$$e = v \approx \sqrt{2} V \cos \omega t = N \frac{d\phi}{dt}$$

Burada N stator sargının sarım sayısıdır. Yukarıdaki eşitlik incelenirse akının değişiminde sinüzoidal olacağı görüllür.

$$\phi = \phi_m \sin \omega t$$

Momentin, aki ve reliktans cinsinden ifadesi

$$T_e = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{dR_m}{d\theta}$$

dir. Aki ve reliktansın bilinen ifadelerini, moment denkleminde yerine yazalım.

$$T_e = -\frac{1}{4} \phi_m^2 (R_{mq} - R_{md}) (\sin 2\theta - \sin 2\theta \cos 2\omega t)$$

$$T_e = -\frac{1}{4} \phi_m^2 (R_{mq} - R_{md}) \{ \sin 2\theta - \frac{1}{2} [\sin 2(\theta + \omega t) + \sin 2(\theta - \omega t)] \}$$

Rotor konumunun $\theta = \omega_m t + \delta$ olduğunu anımsayalım.

$$T_e = -\frac{1}{4} \phi_m^2 (R_{mq} - R_{md}) [\underbrace{\sin 2(\omega_m t + \delta)}_{\text{R}} - \frac{1}{2} [\sin 2[(\omega_m + \omega)t + \delta] + \sin 2[(\omega_m - \omega)t + \delta]]]$$

Moment ifadesinin ortalamaya değeri $\omega \neq \omega_m$ için sıfırdır. Momentin ortalamaya değerinin sıfırdan farklı olabilmesi için $|\omega| = |\omega_m|$ olmalıdır. Bu koşullarda moment ifadesi

$$T_e = -\frac{1}{4} \phi_m^2 (R_{mq} - R_{md}) \{ \sin(2\omega t + \delta) - \frac{1}{2} [\sin(4\omega t + 2\delta) + \sin 2\delta] \}$$

seklinde olur ve bunun ortalama degeri

$$T_{oort} = \frac{1}{8} \phi_m^2 (R_{mq} - R_{md}) \sin 2\delta$$

Ortalama momenti, sargilara uygulanan gerilim cinsinden yazmak daha uygun olacaktır. Transformatörlerden biliği gibi

$$\phi_m = \frac{V}{4 \cdot 44 fN} = \frac{\sqrt{2} V}{2\pi fN} = \frac{\sqrt{2} V}{\omega N}$$

dir, bunu moment ifadesinde yerine yazalim.

$$T_{oort} = \frac{1}{4} \frac{V^2}{\omega} \left(\frac{R_{mq}}{\omega N^2} - \frac{R_{md}}{\omega N^2} \right) \sin 2\delta$$

Endüktansın taniminin $L = N^2 / R_m$ olduğunu anımsayalım.

$$X_{qq} = \frac{\omega N^2}{R_{mq}} \quad X_{dd} = \frac{\omega N^2}{R_{md}}$$

Bu tanımları ortalama moment ifadesinde yazarak

$$T_{oort} = \frac{1}{4} \frac{V^2}{\omega} \left(\frac{1}{X_{qq}} - \frac{1}{X_{dd}} \right) \sin 2\delta$$

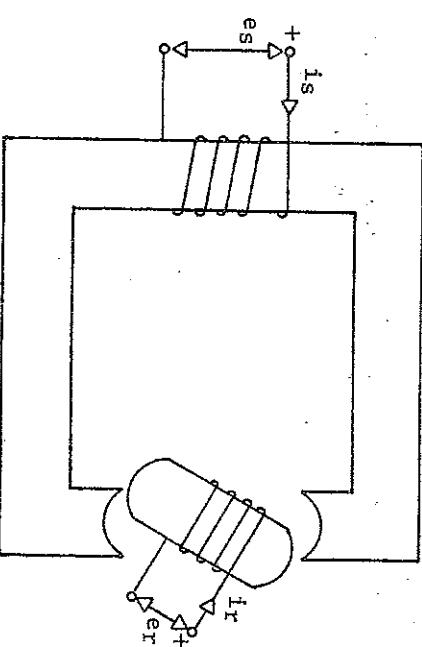
Relüktans motoru, uygulamada özellikle elektrikli saatlerde kullanılır, bunun nedeni ise, relüktans motorunun sabit frekanslı bir kaynaktan beslenmesi durumunda, sabit hızla çalışmasıdır. Ancak relüktans motoru kendi kendine yol alamaz, bu nedenle yardımçı yolverme düzeneklerine gerek sinim vardır.

Sekilde rotoru sargılı bir relüktans motoru gösterilmiştir. Rotoru sargılı relüktans motorunun, daha önce incelediğiniz rotoru sargısız relüktans motorunun yapısına benzer ancak ek olarak rotor devresinde de sargı vardır. Rotoru sargılı relüktans motoru, gerek rotornuda, gerekse statorda iki ayrı bobin bulundurması nedeniyle, iki farklı sistemde enerji transferi olmaktadır. Rotor ve stator sargılarına ilişkin toplam akı, bobinlerin öz ve ortak endüktansları ile bobin akımları cinsinden yazılabilir.

$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$

$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

Burada s indisini statora iliskin büyüklükleri, r indisini ise rotora iliskin büyüklükleri göstermektedir. I_s stator sargasına iliskin özendüktansı, I_{rr} stator sargasına iliskin özendüktansı, L_{sr} ise stator bobini ile rotor bobini arasındaki ortak endüktansı göstermektedir.



Motor magnetik devresinde depo edilen toplam enerji

$$W = \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + i_s i_r L_{sr} + \frac{1}{2} i_r^2 L_{rr}$$

seklinde yazılabilir. Buradan moment için

$$T_e = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

yazılabilir. Endüktansların konumla değişimi, rotoru sargasız relüktans motorunda anlatıldığı gibi periyodik fonksiyonlar olacaklardır. Endüktans fonksiyonlarının seri açılımlarındaki ilk iki terimi alalım.

$$I_{ss} = I_{so} + I_{s2} \cos 2\theta$$

$$L_{rr} = L_{ro} + L_{r2} \cos 2\theta$$

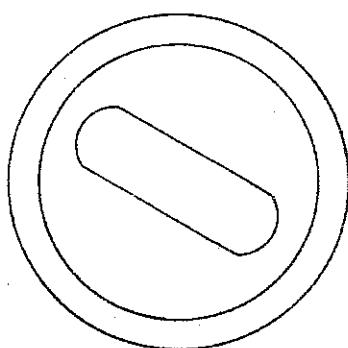
$$L_{sr} = L_{sr} \cos \theta$$

Buna göre moment ifadesi

$$T_e = -(L_{s2} i_s^2 + L_{r2} i_r) \sin 2\theta - L_{sr} i_s i_r \sin \theta$$

şeklinde olur.

Rotoru sargılı motorun, rotor ve stator magnetik devreleri çirkik kutuplu olabileceği gibi, rotor ve statorun her biri veya ikisi birden yuvarlak kutuplu olabilir.



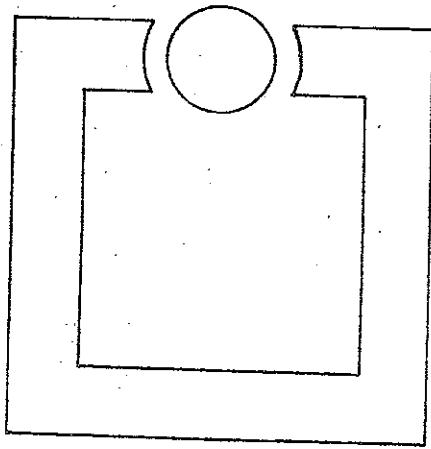
Şekilde yuvarlak statorlu, çirkik rotorlu, rotoru sargılı bir relüktans motoru gösterilmiştir. Bu durumda rotor boğnine iliskin özendüktans, rotor konumuna bağlı değildir ve moment ifadesi

$$T_e = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

şeklinde olur. Bir önceki şekilde ve aşağıdaki iki şekilde rotor ve statora ilişkin sorgular sekili karışık hale getirmemek için çizilmemiştir.

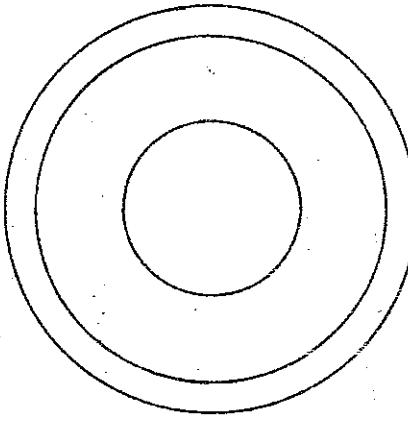
Şekilde statoru çirkik kutuplu, rotoru yuvarlak kutuplu rotoru sargılı relüktans motoru gösterilmiştir. Bu durumda stator bobininin özendüktansı rotor konumundan bağımsızdır. O halde moment ifadesi

$$T_e = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$



$$T_e = \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

olacaktır.



Şekilde yuvarlak rotor ve yuvarlak statorlu, çift uymarlı motor gösterilmiştir. Bu koşullarda, gerek rotor gerekse stator relüktansları rotor konumundan bağımsız olacaktır. Moment

olarak yazılıabilir.

Gerek rotoru ve gerekse statoru yuvarlak olan makinaya silindirik makina adını veriyoruz. Silindirik makinada moment üretimini daha yakından inceleyelim.

$$\text{Ortak endüktans } L_{sr} = \hat{L}_{sr} \cos \theta$$

$$\text{Stator akımı } i_s = I_{sm} \cos \omega_s t$$

$$\text{Rotor akımı } i_r = I_{rm} \cos (\omega_r t + \alpha)$$

$$\text{Rotor konumu } \theta = \omega_m t + \theta_0$$

Bu değerleri moment ifadesinde yerine yazalım.

$$T_e = -I_{sm} I_{rm} s_{rm} \cos \omega_s t \cos (\omega_m t + \theta_0)$$

\therefore

$$T_e = -\frac{I_{sm} I_{rm} s_{rm}}{4} \{ \sin [(\omega_m + (\omega_s + \omega_r)) t + \alpha + \theta_0] \\ + \sin [(\omega_m - (\omega_s + \omega_r)) t - \alpha + \theta_0] \}$$

$$+ \sin [(\omega_m + (\omega_s - \omega_r)) t - \alpha + \theta_0] \\ + \sin [(\omega_m - (\omega_s - \omega_r)) t + \alpha + \theta_0]$$

$$+ \sin [(\omega_m - (\omega_s - \omega_r)) t + \alpha + \theta_0]$$

$$T_{e\text{ort}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} s_{rm}}{2} \sin \theta_0 \cos \alpha$$

iki sargı seri bağlı ise bu durumda $\alpha = 0$ olur ve $\cos \alpha$ değeri 1'e esittir.

c) $\omega_r = 0$, $\omega_s \neq 0$ olsun. Bu durumda rotor uyarma akımı I_r doğru akımdır ve sonucta faz açısı 0 sıfırdır. Enerji dönüştürünün olabileceğini kosulundan $\omega_s = \omega_m$ olur. Bu değerleri moment ifadesinde yerine koyalım ve ortalama momenti bulalım.

$$T_{e\text{ort}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} s_{rm}}{2} \sin \theta_0$$

d) ω_s ve ω_r birbirinden farklı iki açısal hız olsun. Bu durumda $\omega_m = \omega_s - \omega_r$ olur. Bu değerleri moment ifadesinde yerine yazalım ve ortalamasını alalım.

$$T_{e\text{ort}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} s_{rm}}{4} \sin (\theta_0 + \alpha)$$

Özel haller:

a) $\omega_s = \omega_r = 0$ olsun, bu uyarma akımları I_r ve I_s in doğru akım olduğu anlamına gelir ve sonuçta $\alpha = 0$ olacaktır. Enerji dönüşümünün olabilmesi için gerekli kosuldan $\omega_m = 0$ bulunur. Tüm veriler moment ifadesinde yerine yazılırsa

$$T_e = -I_s I_r l_{sr} m \sin \theta_0$$

bulunur.

b) $\omega_s = \omega_r \neq 0$ olsun. Bu koşullarda her iki uyarma akımı da aynı frekanslı alternatif akımlıdır. Enerji dönüşümünün olabilmesi için gerekli kosuldan $\omega_m = 0$ bulunur. Bu değerleri moment ifadesinde yerine yazalım. Moment ifadesinin iki alternatif iki doğru akım terimi olacaktır. Moment ifadesinin ortalama değeri

$$T_{e\text{ort}} = \frac{I_{sm} I_{rm} s_{rm}}{2} \sin \theta_0 \cos \alpha$$

iki sargı seri bağlı ise bu durumda $\alpha = 0$ olur ve $\cos \alpha$ değeri 1'e esittir.

c) $\omega_r = 0$, $\omega_s \neq 0$ olsun. Bu durumda rotor uyarma akımı I_r doğru akımdır ve sonucta faz açısı 0 sıfırdır. Enerji dönüştürünün olabileceğini kosulundan $\omega_s = \omega_m$ olur. Bu değerleri moment ifadesinde yerine koyalım ve ortalama momenti bulalım.

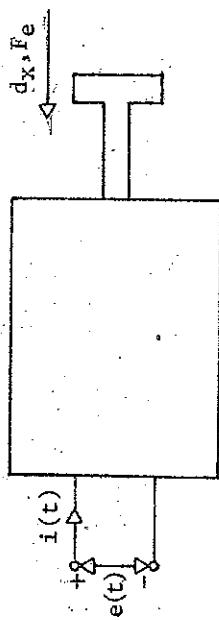
$$T_{e\text{ort}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} s_{rm}}{2} \sin \theta_0$$

$$|\omega_m| = |\omega_s \pm \omega_r|$$

Elektromekanik sistemlerin analizinde çok yararlı bir

kavram olan coenerji kavramını inceleyelim. Coenerji tümleyen enerji anlamına gelmektedir. Boyutlu enerji boyutundadır. Alternatif akım devrelerinde reaktif güç kavramı nasıl yararlı bir kavrama elektromekanik sistemlerde de coenerji yararlı bir kavramdır. Elektromekanik sistemleri, magnetik alan içeren magnetik sistemler ve elektriksel alan içeren sistemler olarak ikiye ayıralım. Elektrik makinalarının magnetik alan igeren elektromekanik dönüştürücüler olması nedeniyle, öncelikle magnetik alanlı elektromekanik dönüştürücülerini inceleyeceğiz.

- a) Bir elektriksel ve bir mekanik kapısı olan elektromekanik dönüştürücüler:



Sekilde gösterilen bir elektriksel ve bir mekanik kapılı olan magnetik alanlı bir elektromekanik dönüştürücüyü gözönüne alalım. Elektromekanik sistemin, kayipsız bir sistem olduğunu varsayıyalım.

Endüklenen gerilim, faraday yasası gereği $e = d\lambda/dt$ olmaktadır. Cihaza giren güç $p(t) = i(t)(d\lambda/dt)$ olur. Cihaza giren enerji ise $dW_e = p(t)dt = i(t)d\lambda$ olur.

Oluşan kuvvetin dx kadar hareketi ile yapılan diferansiyel iş $dW_m = F_e dx$ olacaktır. Buna göre, magnetik alandaki enerji artışı $dW = dW_e - dW_m = i d\lambda - F_e dx$ olur.

Daha önce yaptığımız tartışmalardan da anımsanacağı gibi, elektromekanik bir sistemin analizinde ya (λ, x) veya (i, x) bağımsız değişkenler olarak seçilebilirler.

- i) λ ve x in bağımsız değişken olarak seçilmesi durumu:

$$W = W(\lambda, x)$$

$$i = i(\lambda, x)$$

$$F_e = F_e(\lambda, x)$$

Enerji fonksiyonun tam diferansiyelini alalım.

$$dW(\lambda, x) = \frac{\partial W(\lambda, x)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W(\lambda, x)}{\partial x} dx$$

Bu ifadeyi enerji denge denklemi ile karşılaştırıyalım.

$$i = i(\lambda, x) = \frac{\partial W(\lambda, x)}{\partial \lambda}$$

$$F_e = F_e(\lambda, x) = -\frac{\partial W(\lambda, x)}{\partial x}$$

Bu denklemlerden çok önemli bir sonuc çıkar. Bu elektromekanik sisteme enerji λ ve x in işlevi olarak bilinir yorsa, bir kısmı türev işlemi ile oluşan kuvvet bulunabilir.

Yukarıda Ötelemele bir elektromekanik sistem için yaptığımız tartışmaların benzerini, dönme hareketi yapan elektromekanik sistemler içinde yapabiliriz. Ancak bu durumda yapılan iş için $dW_m = T_e d\theta$ yazmak gerekdir. λ ve θ bağımsız değişken seçilmiştir, dönmemeli bir elektromekanik sistem için moment

$$T_e = T_e(\lambda, \theta) = -\frac{\partial W(\lambda, \theta)}{\partial \theta}$$

olarak bulunur.

- ii) i ve x in bağımsız değişken seçilmesi durumu:

$$\lambda = \lambda(i, x)$$

$$W = W(i, x)$$

olacaktır. Akı ifadesinin tam diferansiyelini alalım.

$$d\lambda(i, x) = \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial i} di + \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} dx$$

sistemdeki enerji artışının $dW = dW_e - dW_m = i d\lambda - F_e dx$ olduğunu biliyoruz. Aksi ifadesinin tam diferansiyelini bu bağıntıda yerine yazallım.

$$dW(i, x) = i \left[\frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial i} di + \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} dx \right] - F_e(i, x) dx$$

$$\therefore dW(i, x) = i \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial i} di + \left[\frac{i \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} - F_e(i, x)}{\partial x} \right] dx$$

Enerji ifadesinin tam diferansiyelini alalım.

$$dW(i, x) = \frac{\partial W(i, x)}{\partial i} di + \frac{\partial W(i, x)}{\partial x} dx$$

Son iki ifadede enerjinin tam diferansiyelidir. Bu iki ifadenin eşit olabilmesi için katsayılarının eşit olması gereklidir.

$$\frac{\partial W(i, x)}{\partial i} = i \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} - F_e(i, x)$$

\therefore

$$F_e(i, x) = i \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} - \frac{\partial W(i, x)}{\partial x}$$

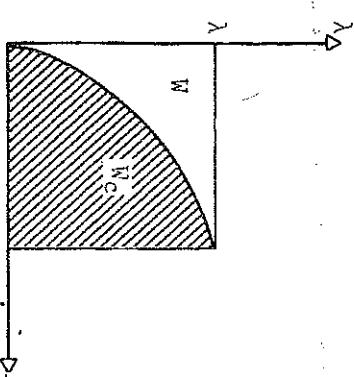
\therefore

$$F_e(i, x) = i \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} - \frac{\partial W(i, x)}{\partial x}$$

İşlemlerin bu aşamasında coenerji kavramını tanımlayalım.

$$W_e(i, x) \triangleq i \lambda(i, x) - W(i, x)$$

Coenerji kavramının geometrik anlamını görelim.



Sekilden de görüldüğü gibi enerji W ile coenerji W_c nin toplamı $i\lambda$ çarpımını vermektedir. Bir başka deyiş ile coenerji, enerjiyi tümlemektedir.

Kuvvet ifadesine tekrar dönelim.

$$F_e(i, x) = \frac{\partial}{\partial x} [i\lambda(i, x) - W(i, x)]$$

\therefore

$$F_e(i, x) = + \frac{\partial W_c(i, x)}{\partial x}$$

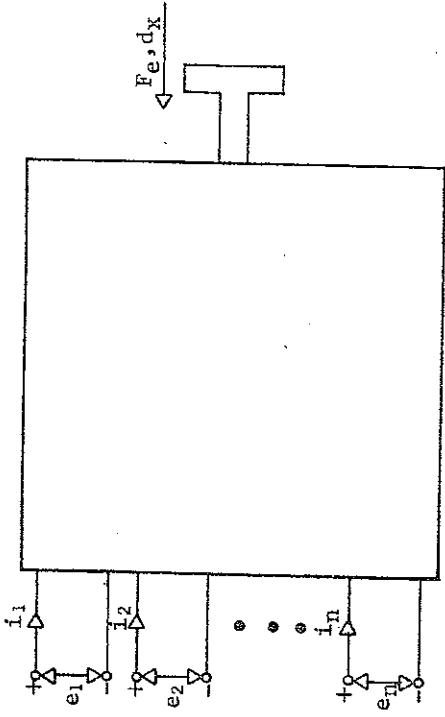
Bir sistemin coenerji işlevi biliniyorsa, kuvvet coenerji işlevinin x 'e göre kısmı türevini alarak bulabiliriz. Yalnız bu işlemlerin ancak, coenerji işlevinin ancak i ve x bağımsız değişken olması durumunda gecerli olduğunu unutmayalım.

Ötemeli sistemler için yapılan işlemlerin benzerleri dönmeli sistemler içinde yapılabilir.

$$T_e(i, \theta) = + \frac{\partial W_c(i, \theta)}{\partial \theta}$$

b) Birden fazla elektriksel, ancak bir mekanik kapısı olan sistemler:

Buraya kadar yaptığımız tartışmalarda, bir elektriksel ve bir mekanik kapısı olan, magnetik alanlı elektromekanik



dönüştürücülerle ilgiliydi. Uygulamada kullanılan elektrik makinalarının bir çoğuunda, uyarma sargası birden fazladır. Bu nedenle, tartışmalarımızı birden fazla uyarımı olan sistemlere yoneltilim. Sekilde birden fazla elektriksel ve bir mekanik kapısı olan, doğrusal hareket yapan bir elektromekanik sistem gösterilmiştir.

Sisteme dt süresince giren diferansiyel elektrik enerjisini yazalım.

$$dW_e = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + i_3 d\lambda_3 + \dots + i_n d\lambda_n$$

Olsutan F_e kuvvetinin dx kadar yol alması ile yapılan iş $dW_m = F_e dx$ olacaktır. Buna göre sistemdeki enerji artışı

$$dW = dW_e - dW_m$$

Dönmeli sistemlerde, ötelemeli sistemler için yapılan tartışmaların benzeri yapılarak moment ifadesi aşağıdaki gibi bulunur.

$$T_e = T_e(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, x) = - \frac{\partial W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, x)}{\partial x}$$

i) Akının bağımsız değişken olarak alınması durumu:

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ve x bağımsız değişken olarak seçilirse

olur. Enerji islevinin tam diferansiyelini alalım.

Akımların bağımsız değişken olarak seçilmesi durumunda aşağıdaki şartlar geçerli olacaktır.

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, x)$$

$$\lambda_i = \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)$$

$$W = W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)$$

$$F_E = F_E(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)$$

λ_i nin tam diferansiyelini alalım.

$$d\lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_1} di_1$$

$$+ \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_2} di_2$$

$$+ \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_3} di_3$$

$$\vdots$$

$$+ \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_n} di_n$$

$$+ \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x} dx$$

$$\vdots$$

$$d\lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x} dx$$

$$+ \sum_{j=1}^n i_j \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_j} di_j$$

$d\lambda_i$ için bulunan bu bağıntıyı, enerji denge denkleminde yerine yazalım.

$$dW = dW_C - dW_M$$

$$dW = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 + i_3 d\lambda_3 + \dots + i_n d\lambda_n - F_E dx$$

$$dW = \sum_{i=1}^n i_i \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x} dx$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n i_j \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_j} di_j$$

$$+ \frac{\partial W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x} dx$$

$$dW(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_j} di_j$$

$$+ \frac{\partial W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x} dx$$

Enerji ifadesinin tam diferansiyelini alalım.

$$dW(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial i_j} di_j$$

$$+ \frac{\partial W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x} dx$$

Son iki bağıntının birbirine eşitlenmesinden kuvvet bağıntısı bulunabilir.

$$F_E(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \sum_{i=1}^n i_i \frac{\partial \lambda_i(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x}$$

$$- \frac{\partial W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)}{\partial x}$$

$$F_e(\underline{\lambda}, \mathbf{x}) = -\frac{\partial W(\underline{\lambda}, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

$$W_c(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[\sum_{i=1}^n i_i \lambda_i (i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x}) \right]$$

$$- W(i_1, i_2, \dots, i_n, \mathbf{x})$$

Elektriksel girişisi birden fazla alan, magnetik alanlı elektromekanik dönüştürücülerde coenerji işlevini tanımlayalım.

$$W_c(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x}) \triangleq \sum_{i=1}^n i_i \lambda_i (i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x})$$

$$- W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x})$$

Coenerji işlevinden yararlanarak kuvvet ifadesini yeniden yazabiliriz.

$$F_e(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x}) = + \frac{\partial W_c(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

Dönmeli sistemler için benzer şekilde moment ifadesi elde edilebilir.

$$T_e(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x}) = + \frac{\partial W_c(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, \mathbf{x})}{\partial \theta}$$

Birden fazla elektriksel girişi olan, magnetik alanlı elektromekanik düzeneklerde kuvvet (veya moment) ifadesi matris notasyonu kullanarak kısaca yazılabilir.

$$\underline{i} = \begin{vmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{vmatrix} \quad \underline{\lambda} = \begin{vmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{vmatrix}$$

$$W(\underline{i}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} L_{ij} i_i i_j$$

$$W(\underline{i}) = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L} \underline{i}$$

olacaktır. Öte yandan devreler kuramından

Burada bulunan bağıntılar, akı ile akım arasındaki ilişki linear olsun veya olmasın geçerlidir. Bu bağıntıları kullanırken, bağımsız değişkenin akı veya akım olduğuna dikkat ederek, uygun bağıntıyı seçerek kullanmak gereklidir. Yanlış bağıntı kullanmak çok sık yapılan bir hatadır. Küçük olaraq sunu hatırlıda tutmak yeterlidir: Bağımsız değişken akı ise, elektromekanik sistemin enerji islevi bulma-lı ve bunun \mathbf{x}' e göre kısmi türevi alınmalıdır, ancak türev işlevinin sonucunu ters işaretlisi alınmalıdır. Baş-ğımsız değişken akı ise, elektromekanik sistemin coener-ji işlevi bulunmali ve bunun \mathbf{x}' e göre türevi alınmalıdır.

Toplam akı ile akım arasındaki ilişkinin linear olması durumunda aşağıdaki ilişkiye yazılabilir.

$$\underline{\lambda} = \underline{L}(\mathbf{x}) \underline{i}$$

Burada \underline{L} endüktans matrisi olup $n \times n$ boyutundadır.

Linear bir sisteme, magnetik sisteme depo edilen enerji

$$\sum_{i=1}^n i_i \lambda_i = \underline{i}^T \underline{\lambda} = \underline{i}^T \underline{L}^{-1}$$

olduğunu biliyoruz. Bu son iki bağıntıyı coenerji ifadeinde yerine yazalım ve $L = L(x)$ diyelim.

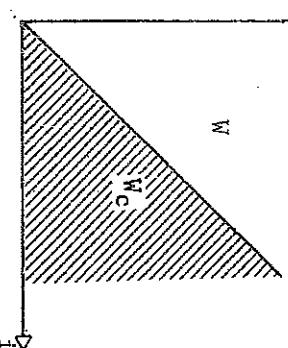
$$W_C(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \underline{i}^T \underline{L}(x) \underline{i} - \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L}(x) \underline{i}$$

∴

$$W_C(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L}(x) \underline{i}$$

$$W_C(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x) = W(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n, x)$$

Buradan su önemli sonuca varabiliz. Linear bir sisteme enerji coenerjiye eşittir.



c) Birden fazla elektriksel ve birden fazla mekanik kapısı olan elektromekanik sistemler

Uygulamada birden fazla elektriksel ve birden fazla mekanik kapısı olan sistemlerin de kullanıldığı olur. Bu tür elektromekanik sistemlerin analizi, daha önce yapılan analizlerle ilke olarak aynıdır, ancak denklemleri, çıkarırken yapılan mekanik iş için doğrusal haretetli sistemlerde,

$$dW_m = F_{e1} dx_1 + F_{e2} dx_2 + F_{e3} dx_3 + \dots + F_{end} dx_n$$

dönme hareketi yapan sistemlerde

$$dW_m = T_{e1} d\theta_1 + T_{e2} d\theta_2 + \dots + T_{end} d\theta_n$$

olarak yazmak gereklidir.

Birden fazla elektriksel ve birden fazla mekanik kapısı olan elektromekanik sistemlerde, akının bağımsız değişken seçilmesi durumunda kuvvet ve moment bağıntıları

$$F_{ei} = F_{ei}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, x_1, x_2, \dots, x_n) =$$

$$W_C(\underline{i}, \underline{x}) = W(\underline{i}, \underline{x}) = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L}(\underline{x}) \underline{i}$$

dönme hareketi yapan linear sistemler için

$$W_C(\underline{i}, \theta) = W(\underline{i}, \theta) = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L}(\theta) \underline{i}$$

fliskileri geçerli olur. Bu eşitliklerden kuvvet ve moment ifadeleri kolayca bulunabilir.

$$F_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d}{dx} \underline{L}(x) \underline{i}$$

$$\begin{aligned} Te_i &= Te_i(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) = \\ &= \frac{\partial W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)}{\partial \theta_i} \end{aligned}$$

akımların bağımsız değişken seçilmesi durumunda

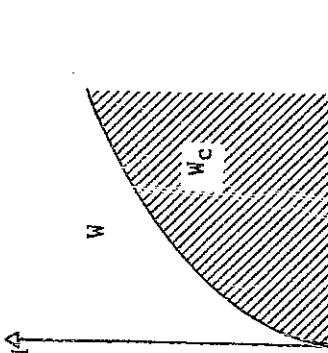
$$\begin{aligned} Fe_i &= Fe_i(i_1, i_2, \dots, i_n, x_1, x_2, \dots, x_n) = \\ &+ \frac{\partial W_c(i_1, i_2, \dots, i_n, x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Te_i &= Te_i(i_1, i_2, \dots, i_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) = \\ &+ \frac{\partial W_c(i_1, i_2, \dots, i_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)}{\partial \theta_i} \end{aligned}$$

şeklinde olur.

- d) Elektrik alanlı elektromekanik sistemler

Buraya kadar yaptığımız tartışmalarда yalnızca magnetik alan içeren elektromekanik düzenekleri inceledik. Uygulamada elektrik alanı içeren elektromekanik dönüştürücülerde vardır.



Şekilden de görüldüğü gibi kapasite q yükü ile V gerilimi arasında tanımlanmıştır. Endüktansın λ toplam akısı ile

i akımı arasında tanımlandığını anımsarsak, magnetik alan içeren sistemlerle, elektriksel alan içeren sistemler arasında bir analogi kurulabilir. Magnetik alanlı sistemlerdeki akıya, elektrik alanlı sistemlerde yük, magnetik alanlı sistemlerdeki akıma, elektrik alanlı sistemlerde gerilim karşı düşmektedir. Bunlara dayanarak su sonucu varabiliyoruz; magnetik alanlı elektromekanik sistemler için gerekliğimiz denklemeler λ yerine q ve i yerine V yazarsak elektrik alanlı sistemlerde geçerli olan bağıntıları bulabiliyoruz.

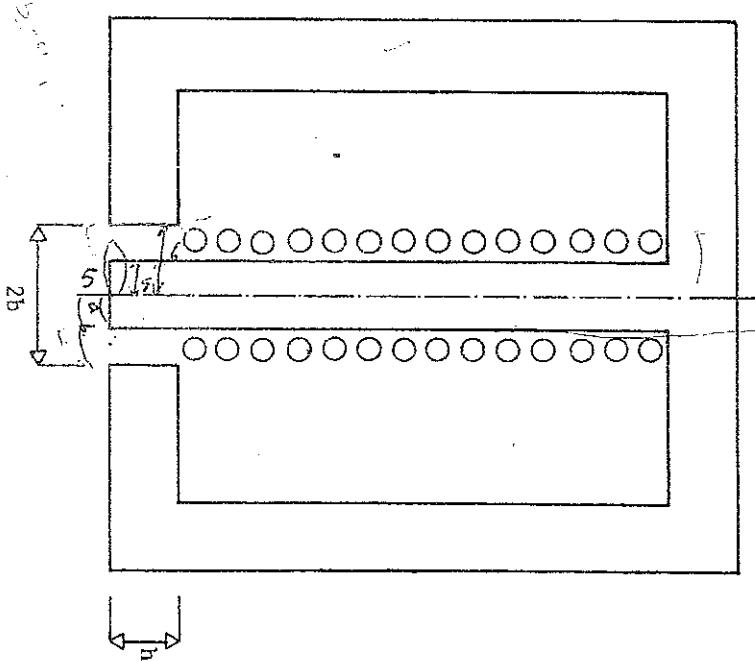
Elektrik alanlı elektromekanik dönüştürücülerde, kapasitenin linear olması durumunda kuvvet ve moment ifadeleri

$$F_e = \frac{V^2}{2} \frac{dc}{dx}$$

$$T_e = \frac{V^2}{2} \frac{dc}{d\theta}$$

şeklinde olur.

Yukarıdaki satırlarda elektromekanik enerji dönüşümü ile ilgili temel bilgileri vermeye çalıştık. Bundan sonraki bölümde, elektromekanik enerji dönüşümü ile ilgili çözümlüs problemler verilecektir.



1. ÖRNEK PROBLEM

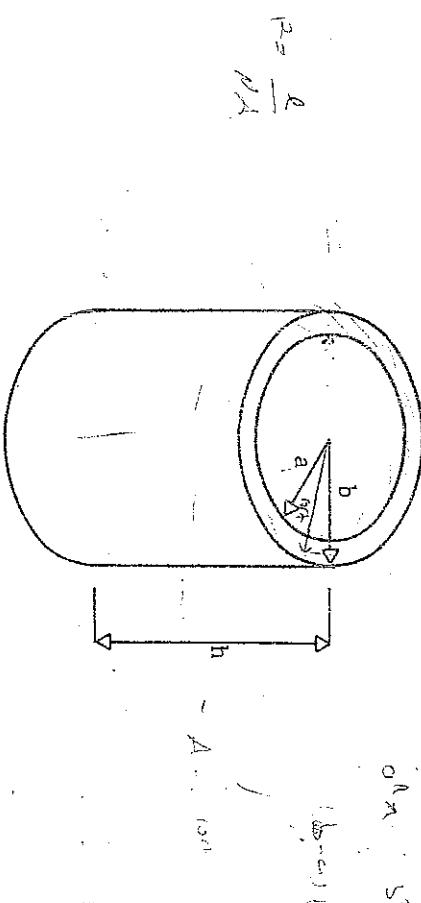
a) Magnetik akı yoğunluğunun hava aralığı boyunca sabit ve doğrultuda değişken olduğunu gözönüne alarak bobin endüktansını bulunuz.

- c) $a = 5 \text{ mm}$, $b = 6 \text{ mm}$, $h = 10 \text{ mm}$, $N = 1000$ sarım olduğuna göre, a şıklında yapılan varsayımla olusan hata % kaçtır? Bulduğunuz sonucu yorumlayınız.

Probleme kaçak akılar ve uç etkileri gözardi ediliyor.

Cözüm

Hava aralığını yeniden çizelim.



Magnetik akı silindirin iç yanal yüzeyinden girmekte ve dış yanal yüzeyinden çıkmaktadır. Kacak akı olmadığından giren akı çıkış akıya eşittir.

- a) Magnetik akı yoğunluğunun hava aralığı boyunca sabit ve hava aralığı ortasındaki değere eşit olduğu varsayılmıştır. Sistemi oluşturan malzemenin bağıl magnetik geçirgenliği çok büyktür.

Sekilde eksenel dönel simetrik bir magnetik sistem verilmiştir. Sistemi oluşturan malzemenin bağıl magnetik geçirgenliği çok büyktür.

$$R_m = \frac{(b-a)}{\mu_0 \times \pi (a+b) \times h} \quad \checkmark$$

- b) Magnetik akı yoğunluğunun hava aralığı boyunca radyal doğrultuda değişken olduğunu gözönüne alarak bobin endüktansını bulunuz.

dir. O halde endüktans

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi (a+b) h}{(b-a)}$$

- b) Magnetik akı yoğunluğunun hava aralığında radyal doğrultuda olduğunu varsayıarak bobin endüktansını iki farklı yoldan giderek hesaplayabiliriz.

- i) Ampere yasasından yararlanarak endüktansın bulunuşu:

Relüktansın tanım bağıntısını yazalım

$$R_m = \frac{\vec{H} \cdot d\vec{l}}{\int \vec{B} dA}$$

$$R_m = \frac{\int \vec{H} d\vec{l}}{\phi}$$

Simetri ekseninden r kadar uzaklıkta bir noktada akı yoğunluğu ifadesini yazalım.

$$B = \frac{\phi}{2\pi rh}$$

$$H = \frac{\phi}{\mu_0 2\pi rh}$$

Relüktansın tanım bağıntısında geçen $\int \vec{H} d\vec{l}$ integralini

$$\int \vec{H} d\vec{l} = \frac{\phi}{2\pi\mu_0 h} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$\int \vec{H} d\vec{l} = \frac{\phi}{2\pi\mu_0 h} \ln \frac{b}{a}$$

Relüktansın tanım bağıntısı gereği

$$R_m = \frac{1}{2\pi\mu_0 h} \ln \frac{b}{a}$$

dir. Relüktanstan endüktans yazılıbilir.

- ii) Ampere yasasından yararlanarak çözüm

$$L = \frac{2\pi\mu_0 h N^2}{\ln \frac{b}{a}}$$

- ii) Enerji eşitliğinden yararlanarak çözüm

Hava aralığı boyunca değişken olan akının değerini yazalım.

$$B = \frac{\phi}{2\pi rh}$$

Burada B ve r değişken diğer terimler sabittir. Hava aralığında birim hacimde depo edilen enerji

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0} -$$

olacaktır. Hava aralığında depo edilen toplam enerji olacaktır.

$$W = \int \int \int \rho dv$$

$$W = \int \int \int \frac{B^2}{4\mu_0} dv$$

$$W = \iiint \frac{\phi^2}{8\mu_0 \pi^2 r^2 h^2} r dr d\theta dz$$

$$\therefore W = \frac{\phi^2}{8\mu_0 \pi^2 h^2} \int_a^b \int_0^{2\pi} \int_0^h \frac{1}{r} dr d\theta dz$$

$$W = \frac{\phi^2}{8\mu_0 \pi^2 h^2} 2\pi h [\ln r]_a^b$$

$$\therefore W = \frac{\phi^2}{4\mu_0 \pi h} \ln \frac{b}{a}$$

Enerji ifadesinin $W = \frac{1}{2} R_m \phi^2$ olduğunu anımsayarak

$$\frac{1}{2} R_m \phi^2 = \frac{\phi^2}{4\mu_0 \pi h} \ln \frac{b}{a}$$

$$\therefore \frac{\ln \frac{b}{a}}{R_m} =$$

$$R_m = \frac{\ln \frac{b}{a}}{\frac{1}{2} \mu_0 \pi h}$$

bulunur. Endüktans

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

\therefore

$$L = \frac{2\mu_0 N^2 \pi h}{\ln \frac{b}{a}}$$

bulunur.

c) $a = 5$ mm, $b = 6$ mm, $h = 10$ mm, $N = 2000$ sarım alarak a şakunda bulunan sonuç için

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi (a+b) h}{(b-a)}$$

$$\therefore L = \frac{2\mu_0 (1000)^2 \pi (5+6) \times 10 \times 10^{-6}}{(6-5) \times 10^{-3}}$$

$$L = 434.3 \text{ mH}$$

b şakında bulunan sonucan

$$L = \frac{2\mu_0 N^2 \pi h}{\ln \frac{b}{a}}$$

$$L = \frac{2\mu_0 (1000)^2 \pi \times 10 \times 10^{-3}}{\ln \frac{6}{5}}$$

$$L = 433.1 \text{ mH}$$

a şakında yapılan varsayımla olusan hata

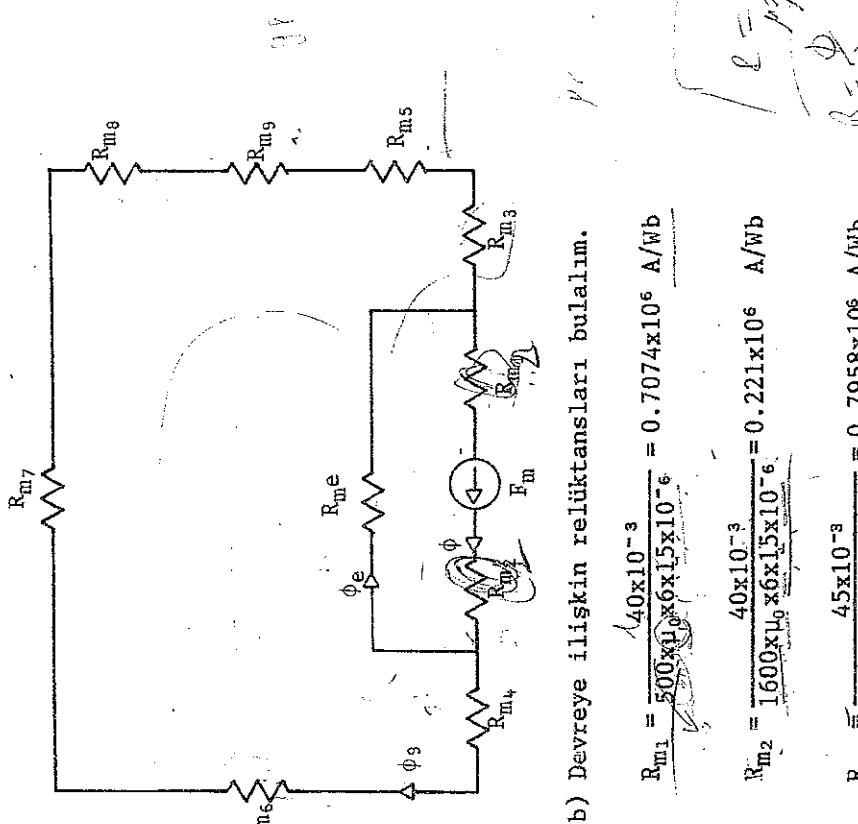
$$\text{Hata} = \frac{434.3 - 433.1}{433.1}$$

$$\therefore \text{Hata} = 0.27 \%$$

Magnetik akı yoğunluğunu hava aralığı boyunca sabit ve havaya aralığı ortasındaki değere eşit varsayımla yapılan hata 0.27% dir. Sonucta varsayılmış gerçekçi bir varsayımdır denebilir.

Gözüm

a) Magnetik sisteme karşı düşen magnetik devre



b) Devreye ilişkisi relüktansları bulalım.

$$R_{m1} = \frac{40 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-6} \times 6 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.7074 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m2} = \frac{40 \times 10^{-3}}{1600 \times 10^{-6} \times 6 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.221 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

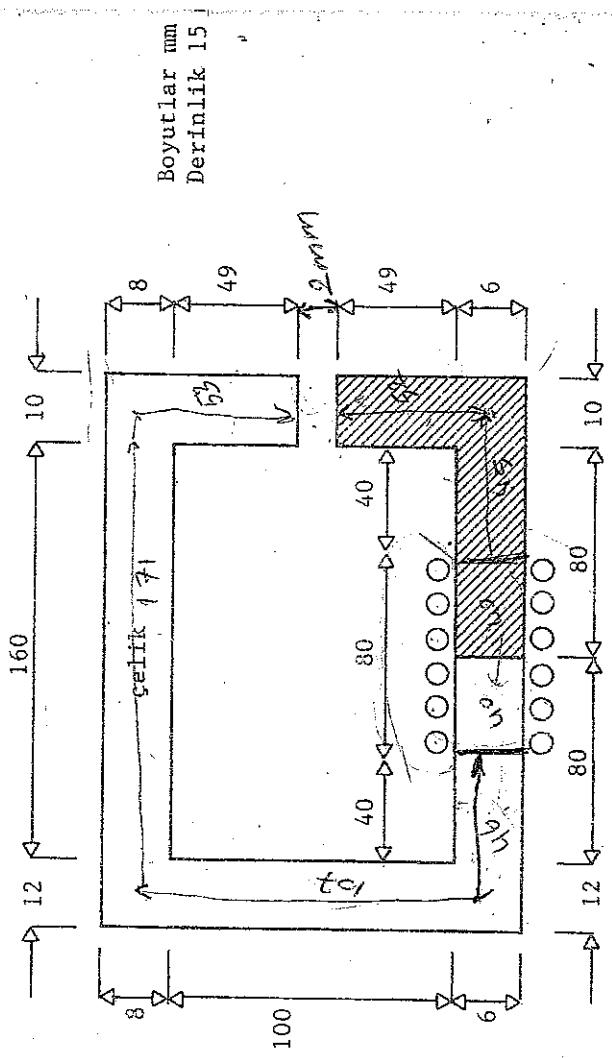
$$R_{m3} = \frac{45 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-6} \times 6 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.7958 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m4} = \frac{46 \times 10^{-3}}{1600 \times 10^{-6} \times 6 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.2542 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m5} = \frac{52 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-6} \times 10 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.5517 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m6} = \frac{107 \times 10^{-3}}{1600 \times 10^{-6} \times 10 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.7687 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

2. ÖRNEK PROBLEM



Sekilde gösterilen sistem demir ve çelikten yapılmıştır.
Demirin bağıl magnetik geçirgenliği 1600 dır. Bobinde üretilen akının % 10 u kağak akı olarak yoluńu hava üzerinden tamamlaymaktadır. Bobinin serim sayısı 1000 dir.

- a) Magnetik sisteme karşı düşen magnetik devreyi giziniz.
 - b) Hava aralığında 0.8 T lik akı yoğunluğu oluşturmak için bobinden geçirilecek akımı bulunuz.
 - c) Kağak akı yolunun magnetik direncini bulunuz.
 - d) Bobinin kağak endüktansını bulunuz.
 - e) Bobinin toplam endüktansını bulunuz.
 - f) Hava aralığında biriken enerji sistemin toplam enerjisinin yüzde kaçıdır.
- Hava aralığındaki üç etkilerini gözardi ediniz.

$$R_{m7} = \frac{1.71 \times 10^{-3}}{1600 \times \mu_0 \times 8 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.7087 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m8} = \frac{53 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times 10 \times 15 \times 10^{-6}} = 0.1757 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$F_m = 1730.77 \text{ Amper sarım}$$

Hava aralığından dolan ağı
 $\phi_g = B_g A = 0.8 \times 10 \times 15 \times 10^{-6} = 120 \times 10^{-6} \text{ Wb}$
 olacaktır. Hava üzerinden halkalanan kaçak akınının, bobinin ürettiği toplam akının 10 % olduğunu düşünürsek, toplam ağı

$$\phi = \frac{10}{9} \phi_g$$

olarur. O halde

$$\phi = \frac{10}{9} 120 \times 10^{-6}$$

$$\therefore \phi = 133.3 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Magnetik devreye Ampere yasasını uygulayalım.

$$F_m = (R_{m1} + R_{m2})\phi + (R_{m4} + R_{m6} + R_{m7} + R_{m8} + R_{m9} + R_{ms} + R_{m3})\phi_g$$

veya

$$R_{m9} = \frac{F_m - (R_{m1} + R_{m2})\phi}{\phi_g}$$

$$F_m = (0.7074 + 0.221) \times 10 \times 133.3 \times 10^{-6}$$

$$+ (0.2542 + 0.2957 + 0.7087 + 0.1757 + 10.61 + 0.5517 + 0.7958) \times 10^6 \times 120 \times 10^{-6}$$

$$F_m = 0.3284 \times 133.3 + 13.3918 \times 120$$

$$R_{m9} = 120.6 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Hava aralığında 0.8 T lik ağı yoğunluğu oluşturabilmek için bobinden geçirilmesi gereken akım

$$i = \frac{F_m}{N} = \frac{1730.77}{1000} = 1.73 \text{ A}$$

c) Kaçak ağı yolunun reluctansını bulmak için önce kaçak ağıyı bulalım.

$$\phi_L = \frac{1}{9} \phi_g$$

$$\phi_L = \frac{1}{9} 120 \times 10^{-6}$$

$$\phi_L = 13.33 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Magnetik devredeki küçük çevre için Ampere yasasını uygulayalım.

$$F_m = (R_{m1} + R_{m2})\phi + R_{mL} \cdot \phi_L$$

Kağak akı yolumun relüktansının, diğer relüktanslarla karıştırıldığından ne derece büyük olduğuna dikkat edelim.

d) Bobinin kaçak endüktansı

$$L_x = \frac{N^2}{R_m \chi}$$

$$L_x = \frac{(1000)^2}{120.6 \times 10^6}$$

$$L_x = 8.292 \times 10^{-3} \text{ H}$$

O halde kaçak endüktans 8.292 mH dir.

e) Bobinin toplam endüktansı

$$L = \frac{\lambda}{i}$$

$$L = \frac{N\Phi}{i}$$

$$L = \frac{1000 \times 133.3 \times 10^{-6}}{1.73}$$

$$L = 77.05 \times 10^{-3} \text{ H}$$

Bobinin toplam endüktansı 77.05 mH dir.

f) Hava aralığında birim hacimde biriken enerji sistemin toplam enerjisinin

$$W = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$$

$$W = \frac{(0.8)^2}{2\pi \mu_0}$$

$$W_g = 254.6 \times 10^3 \text{ J/m}^3$$

Hava aralığında biriken enerji, birim hacimde biriken enerji ile hava aralığının hacminin çarpımı olacaktır.

$$W_g = w_g \times V$$

$$W_g = 254.6 \times 10^3 \times 2 \times 10 \times 15 \times 10^{-9}$$

$$W_g = 76.38 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Sistemin toplam enerjisi

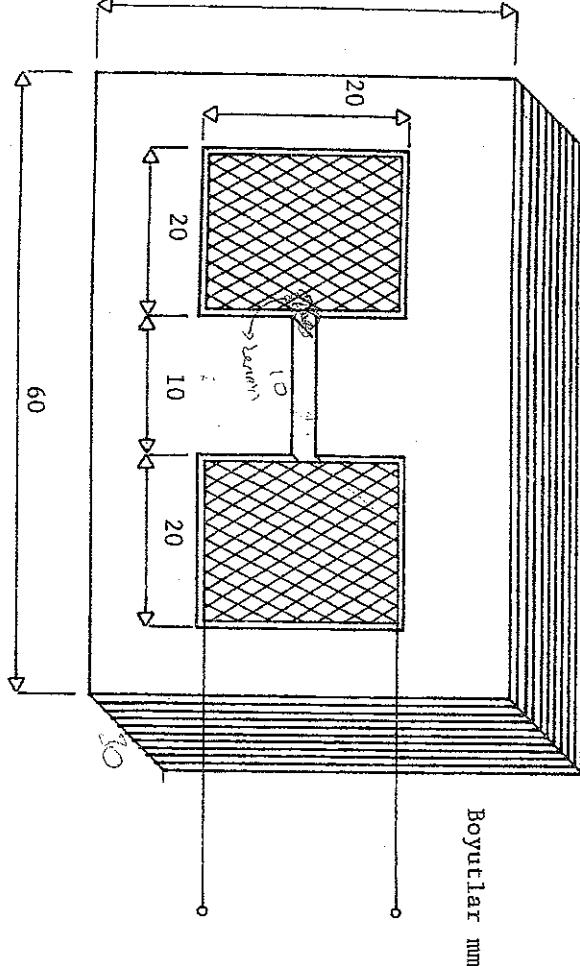
$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

$$W = \frac{1}{2} (77.05 \times 10^{-3})(1.73)^2$$

$$W = 115.3 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Hava aralığında biriken enerji sistemin toplam enerjisinin 66.24% dir.

3. ÖRNEK PROBLEM



c) Kullanılan silisyumlu saçın yoğunluğu $7.65 \times 10^3 \text{ kg/cm}^3$ ve 1.5 T için toplam demir kaybı $2W/\text{kg}$ olduğuna göre, balastın toplam kaybını bulunuz.

Gözüm

a) Balastın empedansını bulalım.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{220}{0.43} = 511.63 \text{ ohm}$$

Empedans ve direnç belli olduğundan, endüktans bulunabilir.

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\therefore$$

$$\omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\omega L = \sqrt{(511.63)^2 - 120^2}$$

$$\omega L = 497.36 \text{ ohm}$$

Açışal frekans $\omega = 2\pi f$ olduğunu anımsarsak

$$f = \frac{497.36}{2\pi 50} = 1.58 \text{ H}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 1.58 = 9.86 \text{ rad/s}$$

$$N = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot 1.58 \cdot 1.5 = 0.013$$

$$N = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot 9.86 \cdot 1.5 = 0.013$$

b) Toplam aki $\lambda = N\phi = N \cdot B \cdot A$ dir. Diğer yandan toplam aki $\lambda = Li$ dir. Sonuçta $A = Li/N \cdot B$ dir. Değerleri yerine yazalım.

$$A = \frac{1.58 \cdot 0.43}{1500 \cdot 1.5} = 302 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Genişliğin $10 \times 10^{-3} \text{ m}$ olduğunu bildiğimize göre derinlik $30.2 \times 10^{-3} \text{ m}$ diğer bir deyişle 30.2 mm olmalıdır.

- a) Balastın 220 V uç geriliminde akımı 0.43 A değerinde sınırlaması istendigine göre endüktansı ne kadar olmalıdır?

- b) Demir çekirdekte aki yoğunluğunun 1.5 T olması istenir-se hava aralığının kesiti ve uzunluğu ne kadar olmalıdır.

T. 51

$$\phi = Bd_{\text{em}} \cdot h = 15 \cdot 302,15 \cdot 10^{-6}$$

$$N \cdot l = \phi \cdot B_{\text{max}} \rightarrow \text{başka bir soru}$$

$$1500 \cdot 0,62^2 = 4,53 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{l}{0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6}$$

$$\therefore l = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$x_g = \frac{\mu_0 1500 \cdot 0,43}{1,5}$$

$$x_g = 0,5405 \text{ mm}$$

c) Demir çekirdeğinin hacmini hesaplayalım.

$$\begin{aligned} V &= 4,0 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^{-3} \times 30 \cdot 2 \times 10^{-3} \\ &\quad - 2(20 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-3} \times 30 \cdot 2 \times 10^{-3}) \\ &\quad - 10 \times 10^{-3} \times 0,5404 \times 10^{-3} \times 30 \cdot 2 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$V = (72480 - 24160 - 163,2) \times 10^{-9}$$

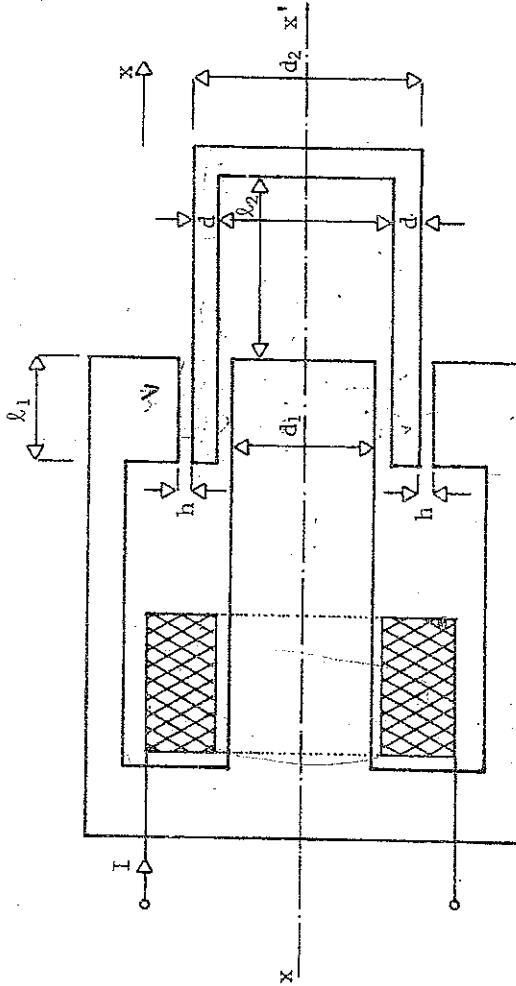
$$V = 48156,8 \times 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$\text{Demir kaybı} = 48156,8 \times 10^{-9} \times 7,65 \times 10^3 \times 2 = 0,73680 \text{ Watt}$$

$$\text{Bakır kaybı} = R I^2 = 120 \times (0,43) = 22,19 \text{ Watt}$$

$$\text{Toplam kayıp} = 22,19 + 0,73680 = 22,92680 \text{ Watt}$$

Balasta oluşan kayıpların büyük bir kısmının bakır kayıpları olduğu görülmektedir.



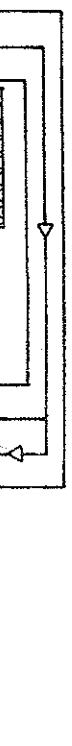
4. ÖRNEK PROBLEM

Sekilde gösterilen silindirik elektromekanik sistem XX' eksenine göre dönel simetrikdir. Sistemi oluşturan ferromagnetik malzememin bağıl geçirgenliği çok yüksektir. Bobinin sarım sayısı N'dir. Kacak akıllar ve us etkileri gözardı edilebilecek kadar küçüktür. Bobinin endüktansını x in işlevi olarak bulunuz.

Çözüm

Bu ilgingin sorusu özembilmek için hareketli parçanın verilen konumdan x kadar hareket ettiğini ve bu durumda akının izlediği yolu gözönüne alalım.

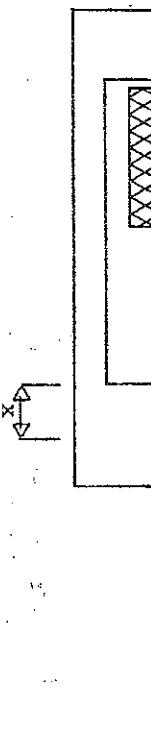
$$\frac{d_1}{2} + \gamma$$



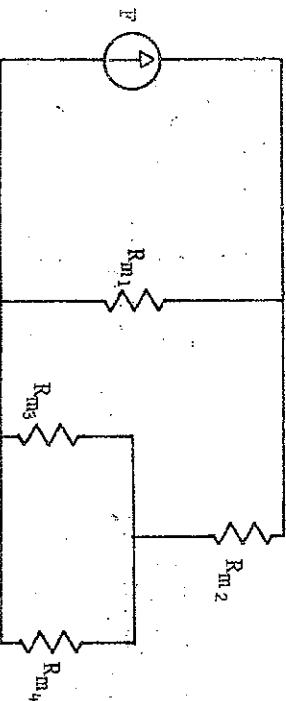
$$R_{m4} = \frac{l_2+x}{\mu_0 \frac{\pi}{4} d_1^2}$$

Kaynak tarafından görülen relüktans

$$R_m = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2} + \frac{1}{\frac{1}{R_{m3}} + \frac{1}{R_{m4}}}}$$



Magnetik sisteme karşı düşen esdeğer devre aşağıdaki gibi olacaktır.



Esdeğer devredeki relüktansları belirleyelim.

$$R_{m1} = \frac{2h+d}{\mu_0 \pi (d_2 - d)x}$$

$$R_{m2} = \frac{h}{\mu_0 \pi (d_2 + h)(l_1 - x)}$$

$$R_{m3} = \frac{h}{\mu_0 \pi (d_1 + h)(l_1 - x)}$$

Endüktans x in işlevi olarak bulunmuştur.

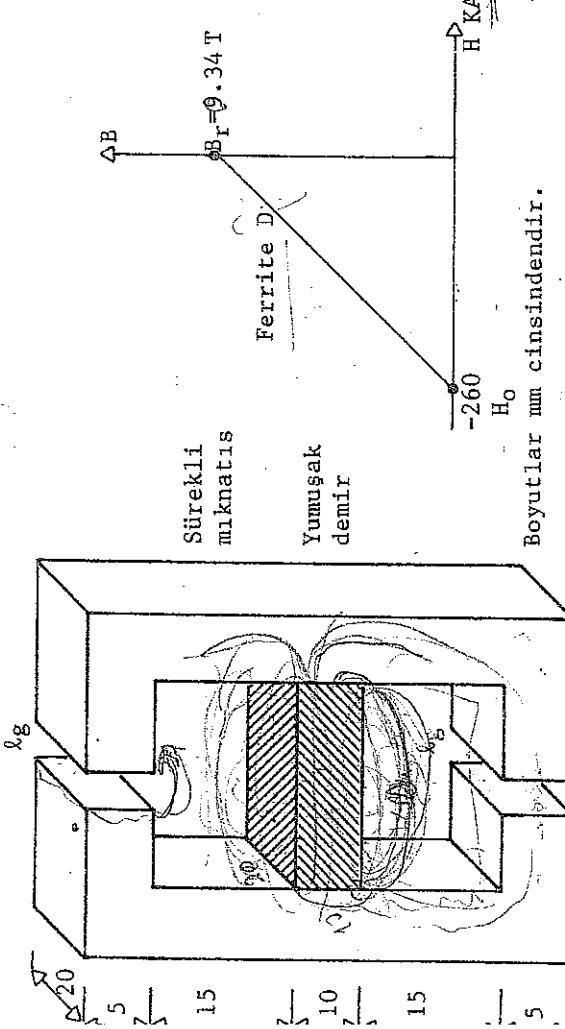
$$L = N^2 \left[\frac{\mu_0 \pi (d_2 - d)x}{2h+d} + \frac{1}{\frac{h}{\mu_0 \pi (d_2 + x)(l_1 - x)}} + \frac{1}{\frac{h}{\mu_0 \pi (d_1 + h)(l_1 - x)}} + \frac{1}{\frac{\mu_0 \frac{\pi}{4} d_1^2}{l_2+x}} \right]$$

- bilmek için, hava aralığı en fazla ne kadar olabilir?
- c) Tüm kaçak akının, yumuşak demirle çevrelen boşluktan dolastiğini varsayıarak kaçak akı yolumun relüktansını bulunuz.

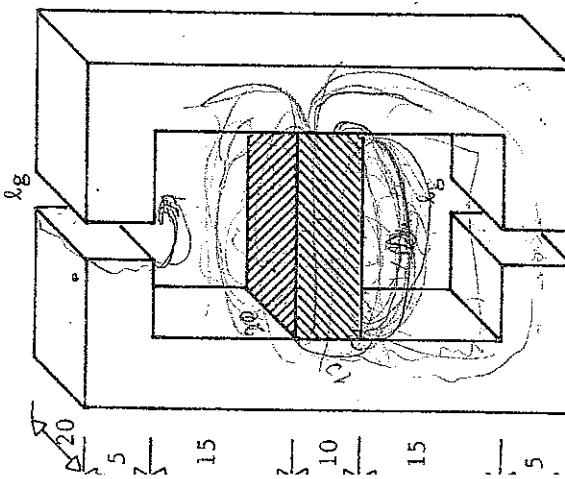
- d) Akı kaçagini da hesaba katarak magnetik esdeger devreyi yeniden çiziniz.

- e) (b) sikkında bulunan hava aralığı için, kaçak akıyı da gözönüne alarak hava aralığında oluşan magnetik akı yoğunluğunu bulunuz. Kaçak akı gözardi edilmekle yapılan hata yüzdesi nedir?

- f) Sistemi dizayn açısından tartışınız. Sisteme alternatif olarak ne önerebilirsiniz. Neden?



5. ÖRNEK PROBLEM



Gözüm

$$\text{a)} \mu_0 H_F = \frac{B_r}{H_0} = \frac{0.34}{260 \times 10^{-3}} = 1.308 \times 10^6$$

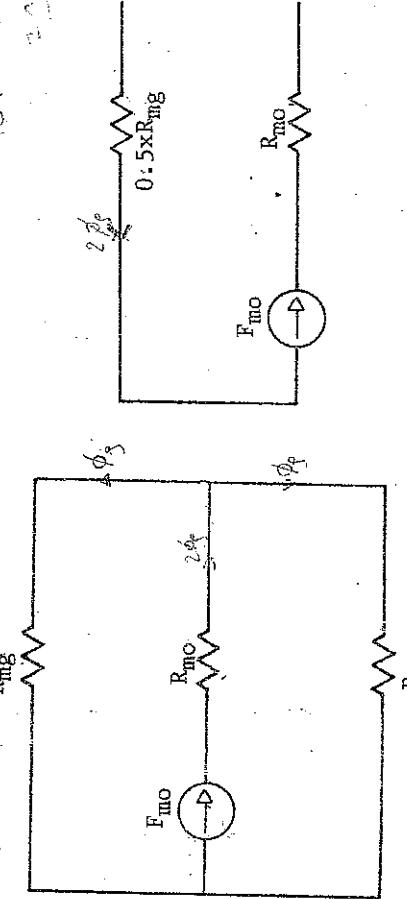
$$\text{b)} R_{mo} = \frac{\varnothing_m}{\mu_0 H_F A_m} = \frac{20 \times 10^{-3}}{1.308 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-4}} = 76.45 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$F_{mo} = H_0 \varnothing_m = 260 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-3} = 5.20 \times 10^3 \text{ A}$$

Sekilde sürekli mıknatılı bir magnetik sistem gösterilmiştir. Sürekli mıknatısa iliskin materyal Ferrite D. olup ilişkin ters mıknatıslama özeğrisi yandaşı şekilde verilmiştir. Geritepmeye özeğrisi, ters mıknatıslama özeğrisinin doğrusal kısmıyla aynı olduğu varsayılabılır. Problemin çözümünde yumuşak demirin geçirgenliği sonsuz varsayıllaklıdır.

- a) Hava aralığında 0.6 T lik bir akı yoğunluğu oluşturmak için kaçaklarını gözardı ederek, magnetik sistemin linearleştirilmiş esdeger devresini çiziniz.

- b) Hava aralığında 0.6 T lik bir akı yoğunluğu oluşturmak için kaçaklarını gözardı ederek, magnetik sistemin linearleştirilmiş esdeger devresini çiziniz.



R_{mg}

b) $\Phi_g = B_g \cdot A_g = 0.6 \times 2 \times 0.5 \times 10^{-4} = 0.06 \times 10^{-3}$ Wb

$$R_{mo} + 0.5 \times R_{mg} = \frac{F_{mo}}{I \Phi_g} = \frac{5.20 \times 10^3}{0.06 \times 10^{-3}} = 86.67 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

buradan

$$R_{mg} = 2x(\frac{F_{mo}}{\Phi_g} - R_{mo}) = 2x(86.67 - 76.45) \times 10^6 = 20.44 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

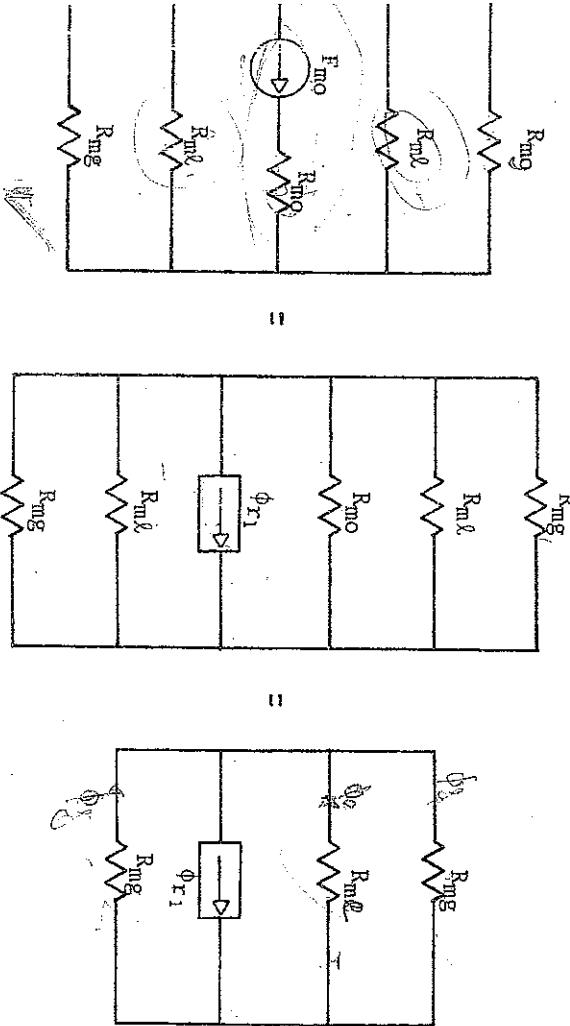
Hava aralığının genişliği

$$\lambda_g = R_{mg} \cdot \mu_0 \cdot A_g = 20.44 \times 10^6 \times 10^{-6} \times 2 \times 0.5 \times 10^{-4} = 2.57 \text{ mm}$$

c) Kaçak relüktans

$$R_{ml} = \frac{2 \times 10^{-2}}{\mu_0 \times 1.5 \times 2 \times 10^{-4}} = 53.05 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

d)



Sekilde sırayla, eşdeğer devre, Norton eşdeğerli devre ve basitleştirilmiş eşdeğer devre verilmiştir.

Burada

$$\Phi_{r1} = B_{r1} A_m = 0.34 \times 2 \times 10^{-4} \approx 0.068 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

veya

$$\Phi_{r1} = \frac{F_{mo}}{R_{me}} = \frac{5.20 \times 10^3}{76.45 \times 10^6} = 0.068 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

R_{me} eşdeğer relüktansın değeri

$$\frac{1}{R_{me}} = \frac{1}{R_{mgl}} + \frac{1}{R_{mg}} + \frac{1}{R_{mo}}$$

veya

$$R_{me} = \frac{2 R_{mo} R_{mg}}{(2 R_{mg} + R_{mo})} = \frac{2 \times 76.45 \times 10^6 \times 53.05 \times 10^6}{(2 \times 76.45 \times 10^6 + 53.05 \times 10^6)} = 39.39 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

e) Son eşdeğer devre için

$$\Phi_{r1} = 2\Phi_g + \Phi_e \quad (1)$$

$$R_{mg} \Phi_g = R_{me} \Phi_e \quad (2)$$

Buradan Φ_g çözülecek

$$\Phi_g = \frac{\Phi_{r1}}{2 + \frac{R_{mg}}{R_{me}}} = \frac{0.068 \times 10^{-3}}{2 + \frac{20.44 \times 10^6}{39.39 \times 10^6}} = 0.027 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

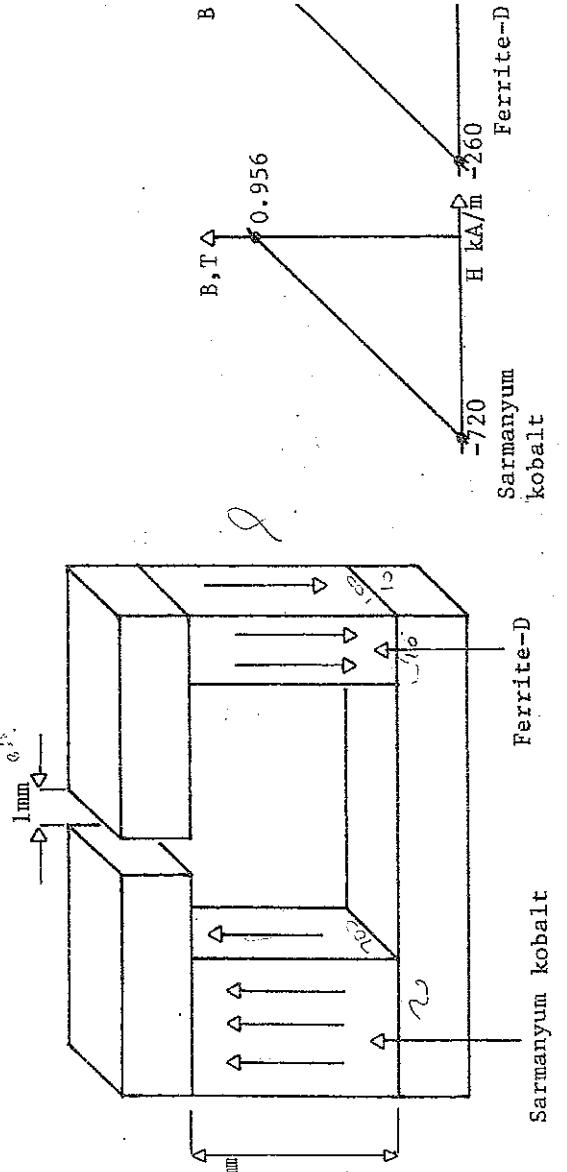
$$B_g = \frac{\Phi_g}{A_g} = \frac{0.068 \times 10^{-3}}{2 \times 0.5 \times 10^{-4}} = 0.27 \text{ T}$$

Kaçak akı gözardı edilerek yapılan hata

$$\text{Hata} = \frac{0.27 - 0.27}{0.27} \times 100 \% = 122.2 \%$$

-) Magnetik sistemlerde amac hava aralığında olabildiğince büyük akı yoğunluğu yaratmaktır. Hava aralığında akı yoğunluğunun büyük olması ancak kacak akının olabildiğince az olmasıyla gerçekleştirilebilir. Problemede kacak akıların toplam akının hüyük bir kısmı olduğu görülmektedir. Kacak akıları azaltmak için kacak akı yolunu relüktansını büyütmek gereklidir. Bu ise örneğin pencere genişliğini daraltmakla gerçekleştirilebilir.

6. ÖRNEK PROBLEM



Sekilde iki sürekli mıknatıs içeren bir elektromagnetik sistem gösterilmiştir. Elektromagnetik sistemi oluşturan sürekli mıknatıslar sarmanyum-kobalt ve Ferrite-D türü olup bunlara ilişkin ters mıknatışma eğrileri yandaki şekilde verilmistir. Elektromagnetik sistemi oluşturan diğer öğeler yumusak magnetcik malzemelerdir. Hava aralığı genişliği 1 mm iken hava aralığında oluşan magnetik akı yoğunluğunu bulunuz. Sarmanyum-kobaltlı sürekli mıknatısın kesiti 200 mm^2 olup, kesit diğer her yerde 100 mm^2 dir.

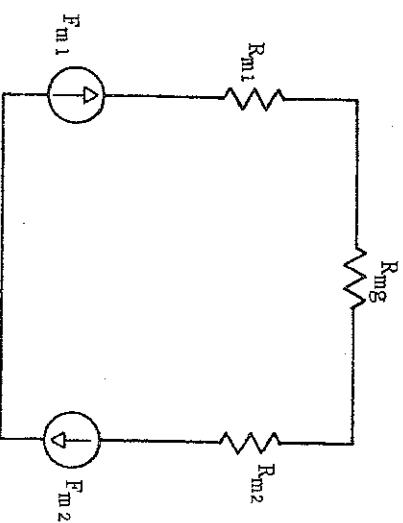
Sürekli mıknatısların geri tepme doğrularının ters mıknatışlarla eğrileri ile aynı oldukları varsayılmaktır. Yumuşak magnetcik malzeyalin bağıl geçirgenliğinin sonsuz olduğunu varsayıınız. Açı sapmalarını ve kaçak akıları gözardı ediniz.

Çözüm

$$\phi = \frac{F_{m1} + F_{m2}}{R_{m1} + R_{m2} + R_{mg}} = \frac{7200 + 2600}{(37.65 + 76.45 + 7.958) \times 10^{-6}} = 80.29 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

hava aralığındaki akı yoğunluğu

$$B = \frac{\phi}{A_2} = \frac{80.29 \times 10^{-6}}{100 \times 10^{-6}} = 0.8029 \text{ Wb/m}^2$$



Magnetik geçirgenliklerin değerlerini bulalım.

$$\mu_1 = \frac{B_{r1}}{H_{c1}} = \frac{0.956}{720 \times 10^3} = 1.328 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

$$\mu_2 = \frac{B_{r2}}{H_{c2}} = \frac{0.34}{260 \times 10^3} = 1.308 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

Buradan relüktans değerleri bulunabilir.

$$R_{m1} = \frac{\ell}{\mu_1 A_1} = \frac{10 \times 10^{-3}}{1.328 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^{-6}} = 37.65 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m2} = \frac{\ell}{\mu_2 A_2} = \frac{10 \times 10^{-3}}{1.308 \times 10^{-6} \times 100 \times 10^{-6}} = 76.45 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{mg} = \frac{g}{\mu_0 A_2} = \frac{1 \times 10^{-9}}{4 \pi \times 100 \times 10^{-6}} = 7.958 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

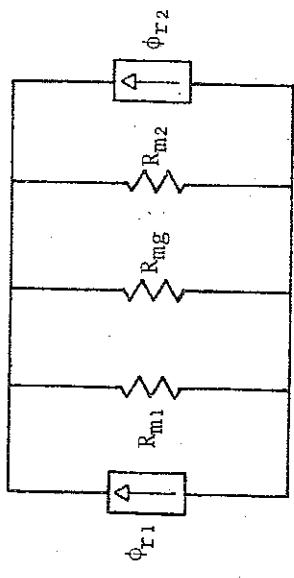
Magnetomotor kuvvetler

$$F_{m1} = H_{c1} \times \lambda = 720 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} = 7200 \text{ A}$$

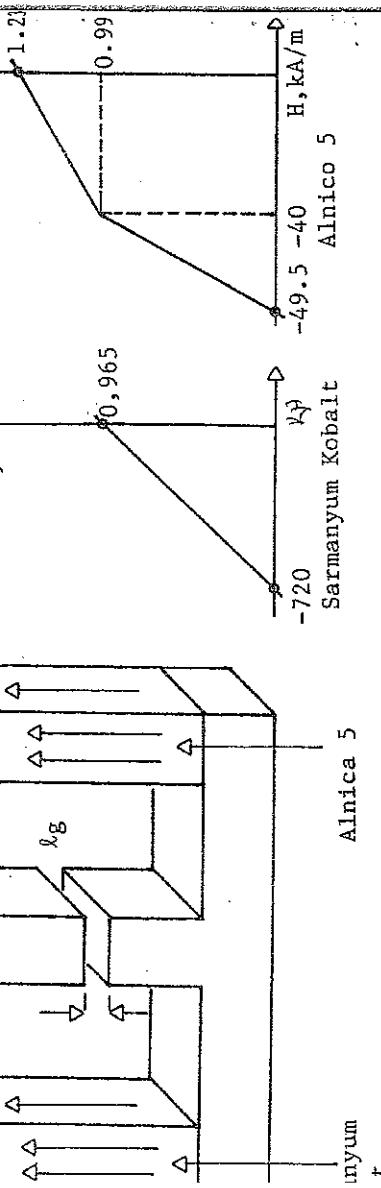
$$F_{m2} = H_{c2} \times \lambda = 260 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} = 2600 \text{ A}$$

0 halde magnetik devrede dolasa an akı

Gözüm: a)



Devre elementlerini belirleyelim.



7. ÖRNEK PROBLEM

Şekilde Sarmanyum-kobalt ve Alnico 5 ten oluşan sürekli mıknatıslı bir magnetik sistem gösterilmiştir. Sarmanyum-kobalt ve Alnico 5 e ilişkin ters mıknatışlanma özeğriliyi yandaki şekilde verilmiştir. Sürekli mıknatıslar dışındaki diğer tüm öğeler yumuşak magnetik malzemedendir.

- Hava aralığında 1.2 T lik bir akı yoğunluğu oluşturabilmek için hava yarıya indirilirse hava aralığındaki akı yoğunluğu % kaç artar?
- Hava aralığının boyu yarıya indirilirse hava aralığındaki akı yoğunluğu ideal olduğu varsayılarak, Akı sarmaları ve kaçak akıları gözardı ediniz. Kesit her yerde 120 mm² dir.

Yumuşak magnetik malzememin ideal olduğu varsayılcaktır. Akı sarmaları ve kaçak akıları gözardı ediniz. Kesit her yerde 120 mm² dir.

$$\phi_{r1} = B_{r1} \times A = 0.965 \times 120 \times 10^{-6} = 115.8 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

$$\phi_{r2} = B_{r2} \times A = 1.230 \times 120 \times 10^{-6} = 147.6 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

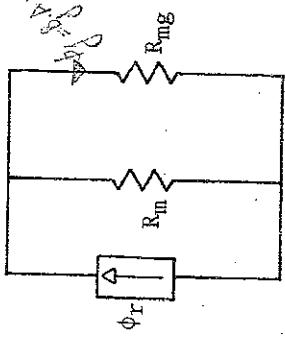
$$\mu_{r1} \mu_0 = \frac{B_{r1}}{H_{r1}} = \frac{0.965}{720 \times 10^3} = 1.340 \times 10^{-6} \text{ A/Wb}$$

$$\mu_{r2} \mu_0 = \frac{B_{r2}}{H_{r2}} = \frac{1.230 - 0.99}{40 \times 10^3} = 6 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

$$R_{m1} = \frac{l_m}{\mu_{r1} \mu_0 A} = \frac{20 \times 10^{-3}}{1.340 \times 10^{-6} \times 120 \times 10^{-6}} = 124.4 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m2} = \frac{l_m}{\mu_{r2} \mu_0 A} = \frac{20 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-6} \times 120 \times 10^{-6}} = 27.78 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Eşdeğer devreyi yeniden çizelim.



Burada

$$\phi_r = \phi_{r1} + \phi_{r2} = 115.8 \times 10^{-6} + 147.6 \times 10^{-6} = 263.4 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

$$R_m = \frac{R_{m1} \times R_{m2}}{R_{m1} + R_{m2}} = \frac{124.4 \times 27.78}{124.4 + 27.78} \times 10^6 = 22.71 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Hava aralığından geçen akı $\phi_g = B_g \cdot A = 1.2 \times 120 \times 10^{-6} = 144 \times 10^{-6}$ Wb dir. Esdeger devreden

$$\phi_g = \frac{R_m}{R_m + R_{mg}} \phi_r$$

yazılabilir. Bu şartında tek bilinmeyen R_{mg} dir.

$$R_m + R_{mg} = \frac{\phi_r}{\phi_g} R_m$$

$$R_{mg} = R_m \left[\frac{\phi_r}{\phi_g} - 1 \right]$$

Sayısal olarak R_{mg} yi bulalım.

$$R_{mg} = 22.71 \times 10^6 \left[\frac{263.4 \times 10^{-6}}{144 \times 10^{-6}} - 1 \right]$$

$$R_{mg} = 18.83 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Hava aralığının reluctansını yazalım.

$$R_{mg} = \frac{\mu_0 g}{\mu_0 A}$$

Buradan hava aralığı genişliği

$$g = \mu_0 A R_{mg} = \mu_0 \times 120 \times 10^{-6} \times 18.83 \times 10^6 = 2.839 \text{ mm}$$

b) Hava boyu yarıya inverse R_{mg} de yarıya inecektir. Bu durumda

$$\phi_{g2} = \frac{R_m}{R_m + \frac{R_{mg}}{2}} \phi_r = \frac{22.71 \times 10^6}{22.71 \times 10^6 + \frac{18.83}{2} \times 10^6} 263.4 \times 10^{-6}$$

$$= 186.2 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

O halde akı yoğunluğu

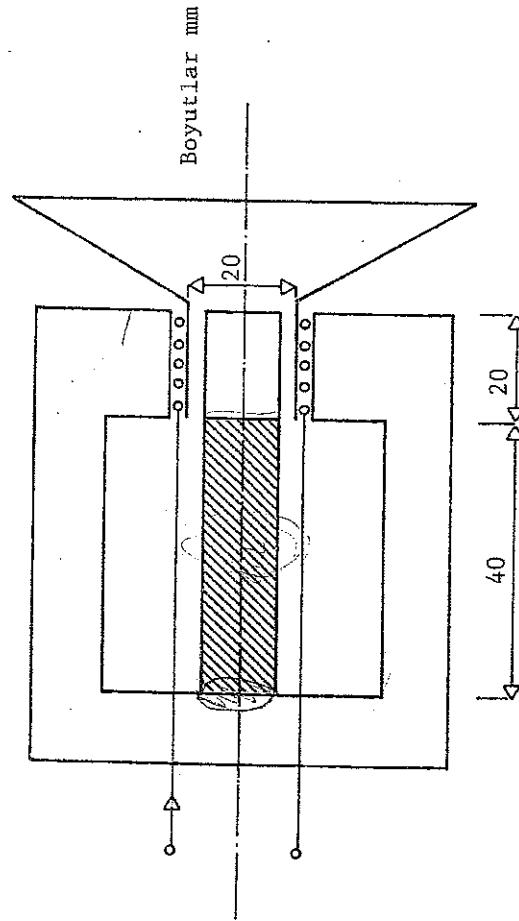
$$\frac{B_{g2}}{B_{g1}} = \frac{\phi_{g2}}{\phi_{g1}} = \frac{186.2 \times 10^{-6}}{144 \times 10^{-6}} = 1.293$$

katı artmıştır. Diğer bir deyişle artışı 29.3 % dir.

Çözüm

a) Kaçak akı yok varsayıldığından devrede dolasan akı her yerde aynıdır. O halde sürekli mıknatıs içindeki akı yoğunluğununa B_m hava aralığındaki akı yoğunluğununa B_g den yeter. Akının stacionerdir. $B_g \cdot A_g = B_m \cdot A_m$

8. ÖRNEK PROBLEM



$$A_m = \pi r^2 = \pi (10 \times 10^{-3})^2 = 314.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Problemden $B_g = 0.245 \text{ T}$ verildiğiinden

$$B_m = B_g \frac{A_g}{A_m}$$

$$B_m = 0.275 \frac{1.257 \times 10^{-3}}{314.2 \times 10^{-6}} = 1.1 \text{ T}$$

Problemden ters mıknatışlanma eğrisinin denklemi $B_m = 1.245 \times 10^{-6} H_m$ olarak verilmiş, o halde $B_m = 1.1 \text{ T}$ ıgın $H_m = -20 \times 10^3 \text{ A/m}$ bulunur.

b) Amper yasasından $H_g I_g + H_m I_m = 0$ veya

$$\frac{B_E}{\mu_0} I_g + H_m I_m = 0$$

$$I_g = - \frac{\mu_0 H_m I_m}{B_E}$$

$$= - \frac{1.245 (-20 \times 10^3) 40 \times 10^{-3}}{0.275}$$

$$I_g = 3.656 \text{ mm}$$

- a) Hava aralığındaki akı yoğunluğu istenen değerde sağlanında sürekli mıknatısın gövdesinde akı yoğunluğu degeri ve magnetik alan şiddeti ne kadar olur?
- b) İstenilen akı yoğunluğunun değerini sağlamak için hava aralığının radyal genişliği ne kadar olmalıdır?

Kaçak akılar ve uç etkiler gözardı ediliyor.

Cözüm

Ampere yasası gereği

$$\text{Ni} + H_1 \lambda_1 + H_g \lambda_g + H_s \lambda_s = 0$$

burada $\mu_1 = \frac{1.5}{750 \times 10^3} = 2 \times 10^{-6}$ H/m dir.

$$\begin{aligned} B_1 &= \mu_1 H_1 \rightarrow H_1 = \frac{B_1}{\mu_1} \\ &\therefore H_1 = \frac{1.5}{2 \times 10^{-6}} = 750 \times 10^3 \text{ A/m} \end{aligned}$$

Problemin verilerinden

$$N = 42540 \text{ sarım}$$

$$i = -10 \text{ A}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 100 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\lambda_g = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

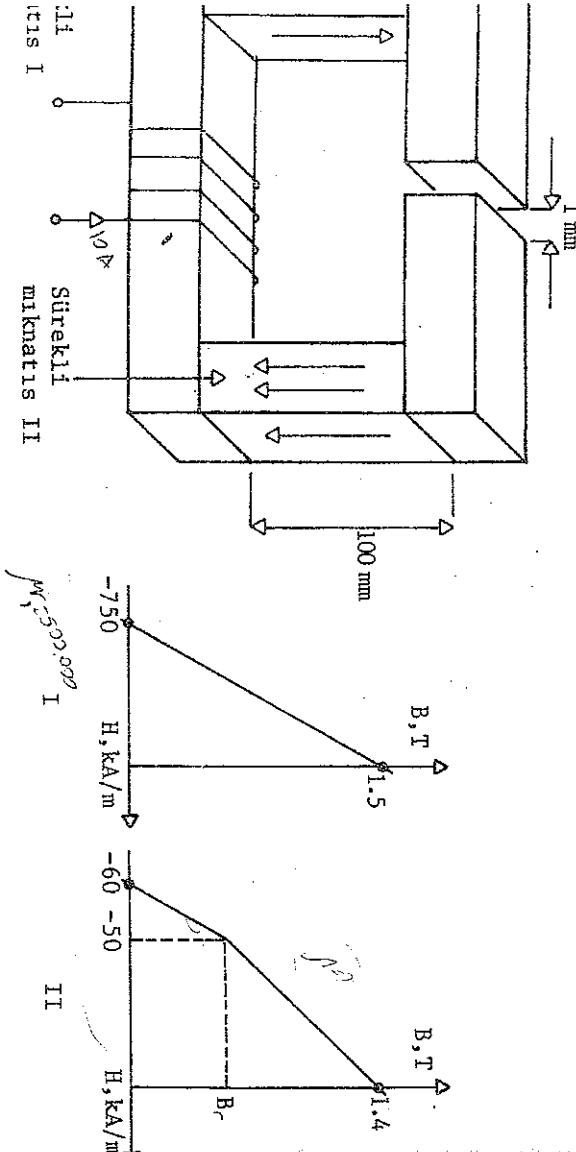
Sistemin miknatıslığı ortadan kalkmadan inebileceğimiz
düyük aki yoğunluğu B_r dir. II ci sürekli miknatısın ter
miknatıslama özeğrisinden bu B_r değeri için okunan dege
 $-50 \times 10^3 \text{ A/m}$ dir.

Ampere yasasını yeniden yazalım.

$$-42540 \times 10 + 5000000 B_r - 50 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-3} + \frac{B_r}{\mu_0} 1 \times 10^{-3} = 0$$

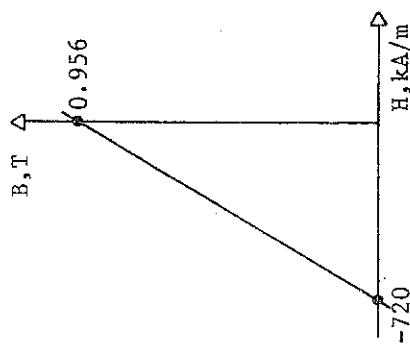
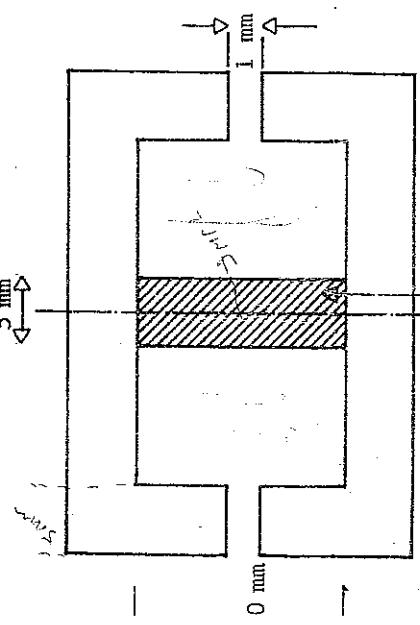
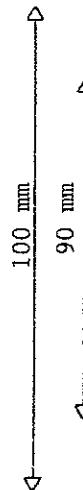
Şekilde iki sürekli miknatıs ve bir bobinden oluşan magne-
tik sistem verilmiştir. Sürekli miknatislara ilişkin ters
miknatıslama özeğrileri yandaki şekillerde gösterilmiştir.
Sürekli miknatıslar dışındaki tüm öğeler yumuşak magnetik
malzemeden. Bobinden ters yönde geçirilebilecek en büyük
akım 10 A olduğuna göre II ci sürekli miknatısın ters mik-
natıslama özeğrisine ilişkin B_r değerini bulunuz.

Bobinin sarım sayısı 42540 dır. Kesit her yerde aynıdır.
Sistemde kullanılan yumuşak magnetik malzemenin bağlı ge-
çirgenliği çok büyiktür. Kaçak akılar ve ug etkiler gözar-
di ediliyor.



Cözüm

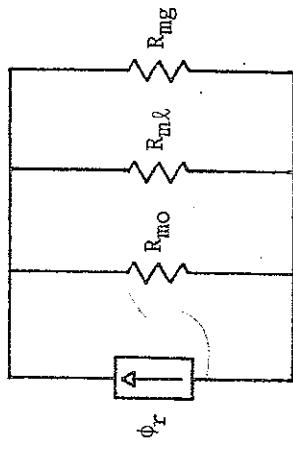
Magnetik sisteme karşı düşen magnetik devreyi çizelim.

10. ÖRNEK PROBLEM

Sarmanyum
Kobalt

Sekilde sarmanyum kobaltlı, eksenel dönel simetrik, silindirsel yapıda bir magnetik sistem gösterilmiştir. Sarmanyum kobalta ilişkin ters miknatıslanma eğrisi yanda verilmiştir. Sistemi oluşturan diğer öğeler yumusak magnetik malzemeden yapılmıştır. Hava aralığında oluşan akı yoğunluğunu bulunuz.

Yumusak magnetik malzemeyenin bağıl geçirgenliğinin sonsuz olduğunu varsayıñız, uç etkilerini gözardı ediniz, kaçak akıyi hesaba katınız.



Sarmanyum kobalta ilişkin geritepme doğrusunun eğimini bulalım.

$$\mu_0 \mu_T = \frac{B}{H}$$

$$\mu_0 \mu_T = \frac{0.956}{720 \times 10^3}$$

$$\mu_0 \mu_T = 1.328 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

Sürekli miknatısa karşı düşen relüktansın değerini bulalım.

$$R_{mo} = \frac{\mu_0}{\mu_0 \mu_T A_0}$$

$$R_{mo} = \frac{70 \times 10^{-3}}{1.328 \times 10^{-6} \times \frac{\pi \times 5^2}{4} \times 10^{-6}}$$

$$R_{mo} = 2685 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Hava aralığının relüktansını bulalım.

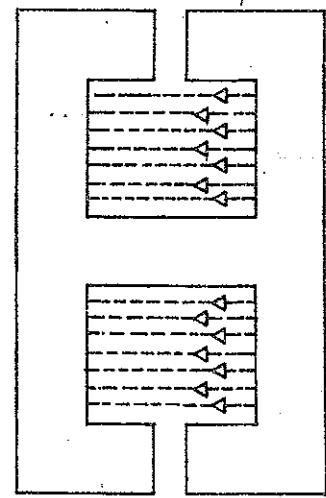
$$\phi_r = 0.956 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \times 10^{-6}$$

$$R_{mg} = \frac{l_g}{\mu_0 A_g}$$

$$R_{mg} = \frac{1 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times \frac{\pi}{4} (100^2 - 90^2) \times 10^{-6}}$$

$$R_{mg} = 0.5333 \times 10^8 \text{ A/Wb}$$

Kaçak aki yolunun relüktansını bulalım.



Kaçak aki yolunu hava üzerinden tamamlamaktadır. Kaçak aki yolunun relüktansı

$$R_{ml} = \frac{l_g}{\mu_0 A_g}$$

$$R_{ml} = \frac{70 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times \frac{\pi}{4} (90^2 - 5^2) \times 10^{-6}}$$

$$R_{ml} = 8.783 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Akı kaynağının akışını belirleyelim.

$$\phi_r = B_r \cdot A_0$$

$$\phi_r = 18.77 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Devrenin tüm elemanları belirlenmiş ancak devrenin çözümü kalmıştır.

Paralel bağlı üç relüktansın eşdeğeri olan relüktansı bulalım.

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{mo}} + \frac{1}{R_{ml}} + \frac{1}{R_{mg}}$$

$$R_m = \frac{R_{mo} R_{ml} R_{mg}}{R_{mo} R_{ml} + R_{ml} R_{mg} + R_{mo} R_{mg}}$$

$$R_m = \frac{2685 \times 8.783}{(2685 \times 8.783) + (2685 \times 0.5333) + (8.783 \times 0.5333)} \times 10^6$$

$$R_m = 0.5027 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Hava aralığından dolaşan akımı ϕ_g ile gösterelim.

$$\phi_g = \frac{R_m}{R_{mg}} \phi_r$$

$$\phi_g = \frac{0.5027}{0.5333} \times 18.77 \times 10^{-6}$$

$$\phi_g = 17.69 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Hava aralığında oluşan akı yoğunluğunu bulalım.

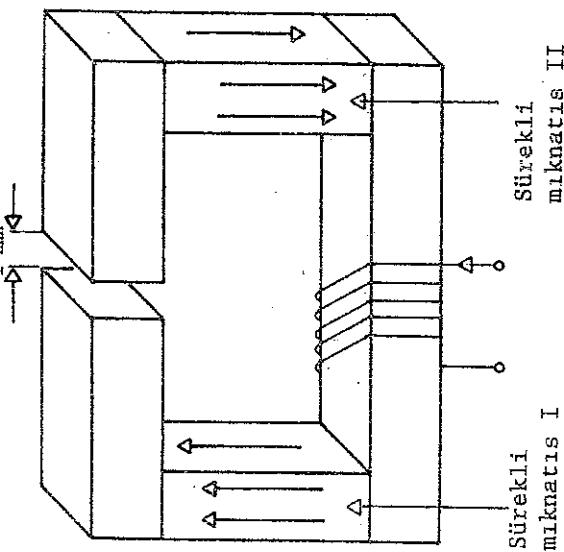
$$B_g = \frac{\phi_g}{A_g}$$

$$B_g = \frac{17.69 \times 10^{-6}}{\frac{\pi}{4} \cdot (100^2 - 90^2) \times 10^{-6}}$$

$$B_g = 11.83 \times 10^{-3} \text{ T}$$

ve aralığında oluşan aki yoğunluğu 11.83 mT dir.

11. ÖRNEK PROBLEM



Sürekli
magnatis I

Sürekli
magnatis II

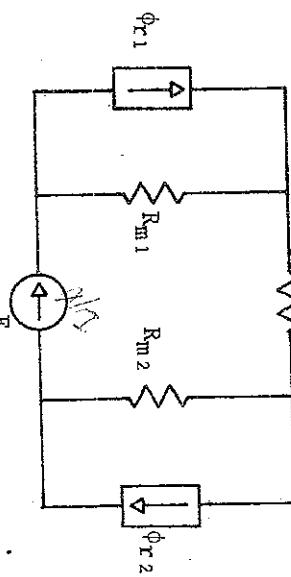
Sekilde iki sürekli magnatis ve bir bobinden oluşan magnetik bir sistem verilmiştir. Sürekli magnatlarla ilişkili ters magnatlanma özeğrileri yandaki sekillerde gösterilmiştir. Sürekli magnatlar disinda diğer tüm ögeleler yumuşak magnitik malzemelerdir. Bobinin sarın sayısı 6260 ve kesit her yerde 140 mm^2 dir. Sisteme kullanılan yumuşak magnitik malzemenin bağıl geçirgenliği çok büyüktür. Kaçak akılar ve uç etkileri gözardii ediliyor.

Bobinden 0.1 A lik bir akım akmakta iken hava aralığında oluşacak aki yoğunluğunu bulunuz.

Çözüm

Bu problemin çözümü esdeğer devreden giderek ya da yük doğrusundan yararlanarak iki farklı şekilde çözülebilir.

A) ESDEĞER DEVREDEN YARARLANARAK ÇÖZÜM



Problemden verilen sürekli miknatıslı magnetik sistemin esdeğer devresi yukarıda çizilmiştir. Sürekli miknatısa karşı düşen esdeğer devre aki kaynağuna paralel bir magnetik direnç ile, bobin ise bir magnetomotor kuvvet kaynağı ile gösterilmiştir.

Ters miknatışlama eğrilerinden yararlanarak sürekli miknatıslara ilişkin magnetik dirençleri bulalım.

I nolu sürekli miknatısın geçirgenliği

$$\mu_1 = \frac{B_{r1}}{H_1}$$

$$\mu_1 = \frac{1.5}{7.5 \times 10^3}$$

$$\mu_1 = 200 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

II nolu sürekli miknatısın geçirgenliği

$$\mu_2 = \frac{\Delta B_2}{H_2}$$

$$\mu_2 = \frac{1.23 - 0.99}{40 \times 10^3}$$

$$\mu_2 = 60 \times 10^{-6} \text{ H/m}$$

I nolu sürekli miknatısa karşı düşen magnetik direnç

$$R_{m1} = \frac{\vartheta_1}{\mu_1 A_1}$$

$$R_{m1} = \frac{60 \times 10^{-3}}{200 \times 10^{-6} \times 140 \times 10^{-6}}$$

 \therefore

$$R_{m1} = 2.143 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

II nolu sürekli miknatısa karşı düşen magnetik direnç

$$R_{m2} = \frac{\vartheta_2}{\mu_2 A_2}$$

$$R_{m2} = \frac{60 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-6} \times 140 \times 10^{-6}}$$

 \therefore

$$R_{m2} = 7.143 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Hava aralığının magnetik direnci

$$R_{mg} = \frac{k_g}{\mu_0 A_g}$$

 \therefore

$$R_{mg} = \frac{1 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times 140 \times 10^{-6}}$$

$$\therefore R_{mg} = 5.684 \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

I ci sürekli mıknatısa karşı düşen akı kaynağının akısı

$$\phi_{r1} = B_{r1} \cdot A_1$$

\therefore

$$\phi_{r1} = 1.5 \times 140 \times 10^{-6}$$

\therefore

$$\phi_{r2} = 172.2 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

II ci sürekli mıknatısa karşı düşen akı kaynağının akısı

$$\phi_{r2} = B_{r2} \cdot A_2$$

\therefore

$$\phi_{r2} = 1.23 \times 140 \times 10^{-6}$$

\therefore

$$\phi_{r2} = 172.2 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Bobine karşı düşen magnetomotor kuvvet

$$F_{m3} = N_i$$

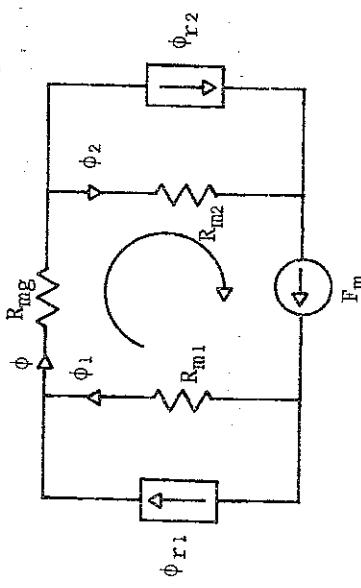
\therefore

$$F_{m3} = 6260 \times 0.1$$

$$F_{m3} = 626 \text{ A}$$

Eşdeğer devredeki tüm elementler belirlenmiştir, sorun bu aşamada devreyi çözmemektir. Bilinen devre çözüm yöntemlerinden herhangi birisi ile devre çözülebilir.

4) Çevre denklemlerinden yararlanarak çözüm



Sekilde gösterilen devreye ilişkin magnetomotor kuvvet denklemini yazalım.

$$F_m = R_{m1} \phi_1 + R_{mg} \phi + R_{m2} \phi_2$$

Akılar için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$\phi_1 = \phi - \phi_{r1}$$

$$\phi_2 = \phi - \phi_{r2}$$

Akı ifadelerini çevre denkleminde yerine yazalım.

$$F_m = R_{m1}(\phi - \phi_{r1}) + R_{mg} \phi + R_{m2}(\phi - \phi_{r2})$$

$$F_m = (R_{m1} + R_{mg} + R_{m2}) \phi - R_{m1} \phi_{r1} - R_{m2} \phi_{r2}$$

$$\phi = \frac{F_m + R_{m1} \phi_{r1} + R_{m2} \phi_{r2}}{R_{m1} + R_{mg} + R_{m2}}$$

Sayısal değerleri yerine yazarak

$$\phi = \frac{626 + (2.143 \times 10^6 \times 210 \times 10^{-6}) + (7.143 \times 10^6 \times 172.2 \times 10^{-6})}{(2.143 + 7.147 + 5.684) \times 10^6}$$

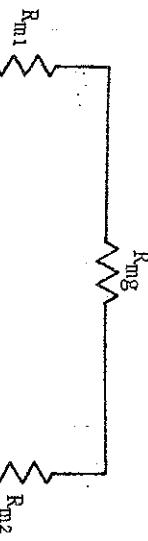
$$\phi = \frac{626 + 450 \cdot 0.03 + 1230 \cdot 0.0246}{14.974 \cdot 10^6}$$

$$\phi = 154 \cdot 10^{-6} \text{ WB}$$

14.) Thevenin eşdeğerinden yararlanarak çözüm

Toplam magnetomotor kuvvet
 $F_m = F_{m1} + F_{m2} + F_{m3}$

$$\therefore F_m = 450 \cdot 0.03 + 1230 \cdot 0.02 + 626$$



$$F_m = 2306.05 \text{ A}$$

Toplam magnetik direnç

$$R_m = R_{m1} + R_{m2} + R_{mg}$$

\therefore

$$R_m = 2 \cdot 14.974 \cdot 10^6 + 7 \cdot 147 \cdot 10^6 + 5 \cdot 684 \cdot 10^6$$

Thevenin eşdeğeriindeki magnetomotor kaynaklarının değerlerini bulalım.

$$F_{m1} = \phi_{r1} R_{m1}$$

Magnetik devrede dolanın ağı

$$F_{m1} = 210 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 143 \cdot 10^6$$

$$R_m = 14.974 \cdot 10^6 \text{ A/Wb.}$$

$$F_{m1} = 450.03 \text{ A}$$

$$F_{m2} = \phi r_2 R_2$$

$$F_{m2} = 172.2 \cdot 10^{-6} \times 7 \cdot 143 \cdot 10^6$$

$$F_{m2} = 1230.02 \text{ A}$$

$$\phi = 154 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

Göründüğü gibi her iki yöntemde aynı sonucu vermektedir.
O halde hava aralığındaki akı yoğunluğu

$$B_g = \frac{\phi}{A}$$

$$\therefore B_g = \frac{154 \times 10^{-6} \text{ Wb}}{140 \times 10^{-6} \text{ m}^2}$$

$$B_g = 1.1 \text{ T}$$

olar.

B) YÜK DOĞRUSUNDAN YARARLANARAK ÇÖZÜM

I nolu sürekli mıknatısın ters mıknatışlanma çizgisinin denklemi

$$B_1 = 200 \times 10^{-6} \text{ H}_1 + 1.5 \quad (1)$$

II nolu sürekli mıknatısın ters mıknatışlanma çizgisinin denklemi

$$B_2 = 60 \times 10^{-6} \text{ H}_2 + 1.23 \quad (2)$$

Ağının süreklilik ve kesitin eşitliğinden

$$B_1 = B_2 = \mu_0 Hg \quad (3)$$

yazılabilir. Magnetik devre için Ampere yasasını yazalım.

$$N_i = H_1 \lambda_1 + H_2 \lambda_2 + H_g \lambda_g$$

(1), (2) ve (3) denklemelerini gözönüne alarak son denklemi yeniden düzenleyelim.

$$\frac{B_g - 1.5}{200 \times 10^{-6} \times 60 \times 10^{-3}} + \frac{B_g - 1.23}{60 \times 10^{-6} \times 60 \times 10^{-3}} + \frac{B_g}{\mu_0 \times 10^{-3}} = 626$$

$$(300 + 1000 + 795.77) B_g = 626 + 1230 + 450$$

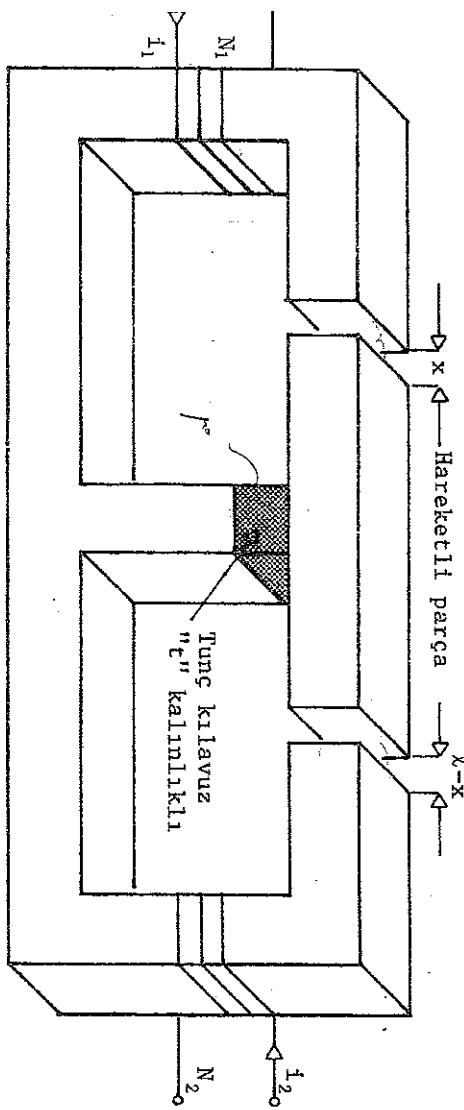
$$B_g = \frac{2306}{2095.77}$$

$$B_g = 1.1 \text{ T}$$

Göründüğü gibi her iki yöntemde aynı sonucu vermektedir.

12. ÖRNEK PROBLEM

93



Sekilde gösterilen elektromekanik dönüştürücüde hareketli parça, kalınlığı "t" olan piring kilavuz üzerinde hareket edebilmektedir. Pirincin geçirgenliği boşluğun geçirgenliği μ_0 a eşittir. Elektromekanik dönüştürücünün diğer öğelerini oluşturan magnetik materyal ideal varsayılmaktadır. Aki sarmaları ve kaçak akılar gözardı ediliyor. Magnetik kısım kesiti her yerde aynı olup A ya eşittir.

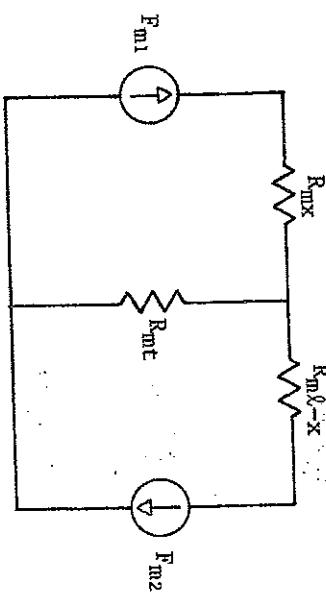
- a) Hareketli parçaya etkiyen kuvveti bobin akımları $I_1 = 10$ Amper, $I_2 = 12$ Amper iken bulunuz.

- b) Hareketli parçaya etkiyen kuvveti bobin akıları $\phi_1 = 1$ mWb, $\phi_2 = 2$ mWb iken belirleyiniz.

Sayısal variler:

$$\begin{aligned} N_1 &= 1000 \text{ sarım} \\ N_2 &= 1500 \text{ sarım} \\ x &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Probleme verilen sistem çift uyarmalı elektromekanik sistemlere basit bir örnektir. Verilen elektromekanik sistemin esdegerini çizelim.



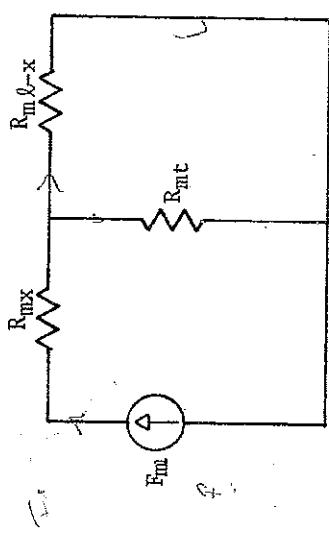
Magnetik devrede geçen her bir relüktansı yazalım.

$$R_{m1} = \frac{x}{\mu_0 A}$$

$$R_{m2} = \frac{l-x}{\mu_0 A}$$

$$R_{mt} = \frac{t}{\mu_0 A}$$

I nolu bobine ilişkin öz relüktansı superpozisyon ilkesi den yararlanılarak bulunabilir. II nolu kaynagın kısa süre edelim.



Bu durumda kaynak tarafından görülen reliktansı bulabilirmiz.

$$R_{m11} = \frac{1}{\mu_0 A} + \frac{R_{mt} R_{m(x)}}{R_{mt} + R_{m(x)}}$$

$$R_{m11} = \frac{x}{\mu_0 A} + \frac{(l-x)t}{\mu_0 A^2}$$

$$R_{m11} = \frac{1}{\mu_0 A} \left(x + \frac{(l-x)t}{l-x+t} \right)$$

$$R_{m11} = \frac{1}{\mu_0 A} \frac{x(l-x)+lt}{l-x+t}$$

$$R_{m11} = \frac{1}{\mu_0 A} \frac{x(l-x)+lt}{l-x+t}$$

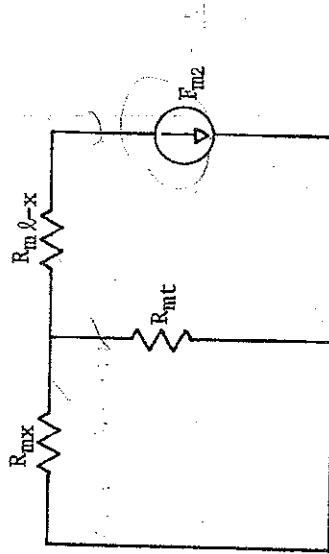
Buna göre I nolu bobine ilişkili özendüktans

$$L_{11} = \frac{\mu_0 N_1^2}{R_{m11}}$$

125

$$L_{11} = \mu_0 A N_1^2 \frac{l-x+t}{x(l-x)+lt}$$

II nolu bobine ilişkili öz reliktansı R_{m22} bulalım. I nolu kaynagi kisadevre yapalim.



Kaynak tarafından görülen reliktans

$$R_{m22} = R_{m(x)} + \frac{R_{mx} R_{mt}}{R_{mx} + R_{mt}}$$

Reliktans değerlerini yerlerine koyarak R_{m22} hesaplanabilir. Magnetik reliktans dikkatli olarak incelenirse $R_{m(x)}$ yerine R_{mx} ve $R_{m(x)}$ yerine $R_{m(l-x)}$ geldiği görülür. O halde R_{m11} reliktansına x yerine $l-x$ ve $l-x$ yerine x konursa R_{m22} reliktansı elde edilebilir.

$$R_{m22} = \frac{1}{\mu_0 A} \frac{(l-x)x+lt}{x+t}$$

I ve II nolu bobinler arasındaki ortak endüktansların nasıl bulunacağını görelim. I ve II nolu bobinlerin akıları ile akımları arasındaki ilişkiler

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad i_1 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{L_{11}}$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

şeklindedir. I nolu kaynağın akımını $i_1 = 0$ yaptığımızda ortak endüktans

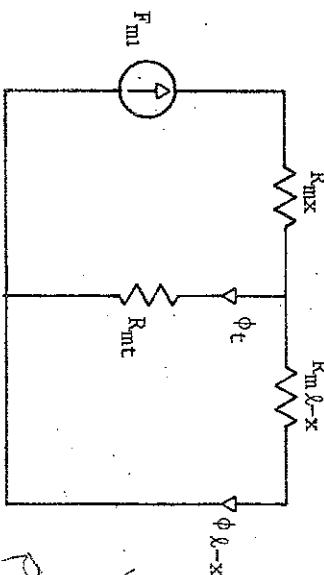
$$L_{12} = \frac{\lambda_1}{i_2} \Big|_{i_1=0}$$

olarak bulunur. Diğer ortak endüktans ise $i_2=0$ yapılarak

$$L_{21} = \frac{\lambda_2}{i_1} \Big|_{i_2=0}$$

Şeklinde bulunabilir.

L_{21} endüktansını $i_2=0$ yaparak hesaplayalım.



R_{mx} relüktansından akan akıya ϕ_x diyelim.

$$\phi_x = \frac{F_m}{R_{mx} R_{m(l-x)} + R_{mx} R_{mt} + R_{m(l-x)} R_{mt}}$$

R_{mx} relüktansından akan akıya ϕ_{l-x} diyelim.

$$\phi_{l-x} = \frac{F_m}{R_{mx} + R_{m(l-x)} R_{mt}} \cdot \frac{1}{R_{m(l-x)} R_{mt}}$$

$R_{m(l-x)}$ relüktansından akan akıya ϕ_{l-x} diyelim.

$$\phi_{l-x} = \frac{R_{m(l-x)} R_{mt}}{R_{m(l-x)} + R_{mt}} \cdot \frac{1}{\phi_x}$$

Bu son bağlantıda ϕ_x ifadesini yerine yazalım.

$$\phi_{l-x} = \frac{R_{mt}}{R_{m(l-x)} + R_{mt}} \cdot \frac{R_{m(l-x)} + R_{mt}}{R_{mx}(R_{m(l-x)} + R_{mt}) + R_{m(l-x)} R_{mt}} F_m$$

$$\phi_x = \frac{R_{mt}}{R_{mx} R_{m(l-x)} + R_{mx} R_{mt} + R_{m(l-x)} R_{mt}} F_m$$

Buradan

$$R_{m21} = \frac{F_m}{\phi_x}$$

$$R_{m21} = \frac{R_{mx} R_{m(l-x)} + R_{mx} R_{mt} + R_{m(l-x)} R_{mt}}{R_{mt}}$$

$$R_{m21} = \frac{\mu_0 A}{\mu_0 A} \left[\frac{\frac{x}{l-x} + \frac{x}{t} + \frac{l-x}{t}}{\frac{t}{\mu_0 A}} \right]$$

$$R_{m21} = \frac{1}{\mu_0 A} \left[\frac{x(l-x)}{t} + x + l - x \right]$$

bulunur. Ortak endüktans terimi

$$L_{21} = \frac{N_1 N_2}{R_{m21}}$$

∴

$$L_{21} = \mu_0 A N_1 N_2 \frac{t}{l-t+x(l-x)}$$

Şeklinde olacaktır.

L_{12} ortak endüktansı da benzer şekillerde bulunabilirse de uzun işlemelere gerek yoktur. Alanlar kuramından $L_{12} = L_{21}$ olduğunu bildiğimizden

$$L_{12} = \mu_0 A N_1 N_2 \frac{t}{l-t+x(l-x)} \quad \text{yazabiliriz.}$$

a) İki uyarmalı elektromekanik sistemlerde akımların değişken olması durumunda kuvvet ifadesi

$$F_e = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{dx}$$

şeklindedir. Bu bağıntıda görüldüğü gibi öz endüktansların ve ortak endüktansın x e göre türevleri gelmektedir.

I ci bobinin öz endüktansının x e göre türevini alalım.

$$\frac{dL_{11}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 \frac{-(\lambda x - x^2 + \lambda t) - (\lambda - 2x)(\lambda - x + t)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{11}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 \frac{\lambda x + x^2 - \lambda t - (\lambda^2 - \lambda x + \lambda t - 2x\lambda + 2x^2 - 2xt)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{12}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 \frac{-\lambda x + x^2 - \lambda t - \lambda^2 + \lambda x - \lambda t + 2\lambda x - 2x^2 + 2xt}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{11}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 \frac{-x^2 - 2\lambda t - \lambda^2 + 2\lambda x + 2xt}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{11}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 \frac{-(x^2 - 2\lambda x + \lambda^2) + 2t(x - \lambda)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{11}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 \frac{-(x - \lambda)^2 + 2t(x - \lambda)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{11}}{dx} = \mu_0 A N_1^2 (x - \lambda) \frac{(2t - x + \lambda)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

$$L_{1,2} = \mu_0 A N_1 N_2 \frac{t}{\lambda t + \lambda x - x^2}$$

$$\frac{dL_{11}}{dx} = -\mu_0 A N_1^2 (\lambda - x) \frac{(\lambda - x + 2t)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

II nolu bobinin öz endüktansının x e göre türevini alalım.

$$L_{22} = \mu_0 A N_2^2 \frac{x+t}{(\lambda - x) + \lambda t}$$

∴

$$\frac{dL_{22}}{dx} = \mu_0 A N_2^2 \frac{(\lambda x - x^2 + \lambda t) - (\lambda - 2x)(x+t)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{22}}{dx} = \mu_0 A N_2^2 \frac{\lambda x - x^2 + \lambda t - (\lambda x - 2x^2 + \lambda t - 2xt)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{22}}{dx} = \mu_0 A N_2^2 \frac{x^2 + 2t x}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{22}}{dx} = \mu_0 A N_2^2 \frac{\lambda x - x^2 + \lambda t - (\lambda x - 2x^2 + \lambda t - 2xt)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

$$\frac{dL_{22}}{dx} = \mu_0 A N_2^2 \frac{x(x+2t)}{(\lambda x - x^2 + \lambda t)^2}$$

∴

Yukarıdaki dL_{11}/dx ve dL_{22}/dx ifadeleri karşılaştırılırsa x yerine $\lambda - x$ ve $\lambda - x$ yerine x koymarak birinden diğerinin işaret farkı ile elde edilebileceği görülür.

I ve II nolu bobinler arasındaki ortak endüktansın x e göre türevini alalım.

$$R_{m11} = \frac{1}{\mu_0 A} (x + \frac{\ell t - tx}{\ell - x + t})$$

$$\frac{dR_{m11}}{dx} = \frac{1}{\mu_0 A} (1 + \frac{-t(\ell - x + t)x(\ell t - tx)}{(\ell - x + t)^2})$$

iki uyarmalı sistem için kuvvet ifadesini animsayalım

$$F_e = \frac{i_1^2}{2} \frac{dI_{11}}{dx} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dI_{22}}{dx} + i_1 i_2 \frac{dI_{11}}{dx}$$

$$F_e = \frac{1}{2} \mu_0 A N_1^2 i_1^2 (x - \ell) \frac{(2t - x + \ell)}{(x(\ell - x) + \ell t)^2}$$

$$+ \frac{1}{2} \mu_0 A N_2^2 i_2^2 \frac{x(x+2t)}{(x(\ell - x) + \ell t)^2}$$

$$+ i_1 i_2 \frac{(2x - \ell)t}{(x(\ell - x) + \ell t)^2}$$

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 A}{(x(\ell - x) + \ell t)^2} [N_1^2 i_1^2 (x - \ell)(2t - x + \ell) x N_2^2 i_2^2 x(x+2t) \\ + 2 N_1 N_2 i_1 i_2 (2x - \ell)t]$$

Burada elde edilen kuvvet ifadesine problemede verilen sayısal veriler yerine konursa $F_e = 38.01 \text{ N}$ elde edilir.

b) iki uyarmalı elektromekanik sistemlerde akının değişken olması durumunda kuvvet ifadesi aşağıda verilmüştür.

$$F_e = -\frac{1}{2} \phi_1^2 \frac{dR_{m11}}{dx} - \frac{1}{2} \phi_2^2 \frac{dR_{m22}}{dx} - \phi_1 \phi_2 \frac{dR_{m12}}{dx}$$

Kuvvet ifadesinden relüktansların x e göre türevleri getirildiğinden bu türevleri almak gereklidir.

$$\frac{dR_{m11}}{dx} = \frac{1}{\mu_0 A} \frac{\ell x + \ell t - 2x^2 - 2xt - \ell x + x^2 - \ell t}{(x+t)^2}$$

$$\frac{dR_{m22}}{dx} = \frac{1}{\mu_0 A} \frac{-x^2 - 2xt}{(x+t)^2}$$

$$\frac{dR_{m12}}{dx} = -\frac{1}{\mu_0 A} \frac{x(x+2t)}{(x+t)^2}$$

R_{m12} relüktansının x e göre tiaremini alalım.

$$R_{m12} = \frac{1}{\mu_0 A} \left[\frac{x^2 - x^2}{t} \right]$$

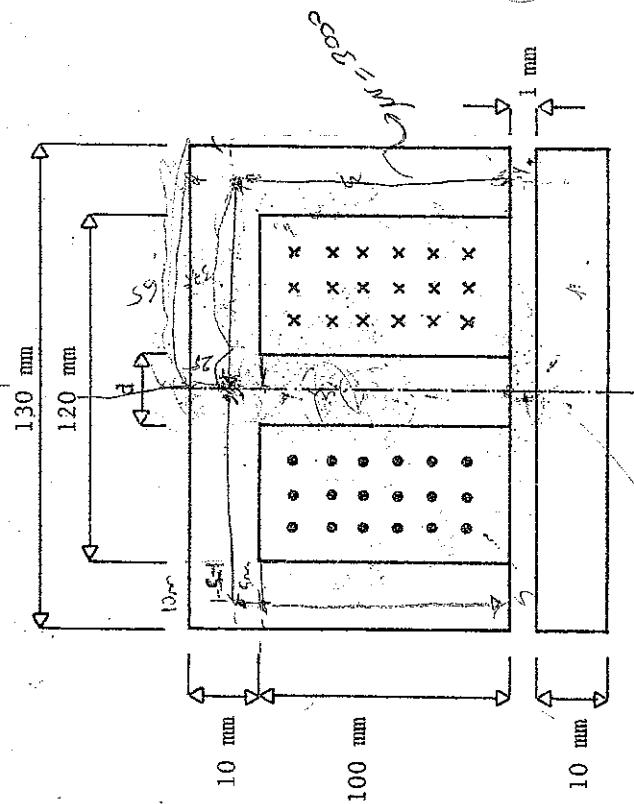
$$\frac{dR_{m12}}{dx} = \frac{1}{\mu_0 A} \frac{\cancel{x} - 2x}{t}$$

İki uyarmalı elektromekanik sistem için kuvvet ifadesinde relüktansların türevlerini yerine yazalım.

$$F_e = \frac{\Phi_1^2}{2} \frac{1}{\mu_0 A} \left(1 - \frac{t^2}{(x-t)^2} \right) + \frac{\Phi_2^2}{2} \frac{1}{\mu_0 A} \frac{x(x+2t)}{(x+t)^2} - \Phi_1 \Phi_2 \frac{1}{\mu_0 A} \frac{\cancel{x} - 2x}{t}$$

Kuvvet ifadesinde problemin sayısal verilerini yerine koymak ve işlemleri yaparsak $F_e = -549.9$ N bulunur. Kuvvetin negatif işaretli olması x daraltacak yönde olmasından anlана gelir.

13. ÖRNEK PROBLEM



Sekilde silindirik simetrik yapılı bir elektromagnitinin boyuna kesiti verilmistīr. Bütün malzeme demirden yapılmıştır. Magnetik akı yoğunluğu hava aralıklarında aynı olup $1T$ değerindedir. Bobinin sarım sayısı 1000 dir.

a) Elektromagnitinin orta bacağınnı çapını belirleyiniz.
 $d = ?$

b) Elektromagnetik sistemin esdeger devresini çiziniz ve esdeger devredeki relüktansların değerlerini belirleyiniz.

c) Bobinin endüktansını belirleyiniz.

d) Bobinden geçen akım ne kadardır?

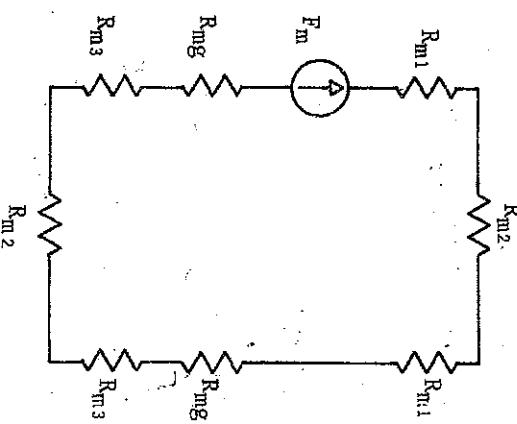
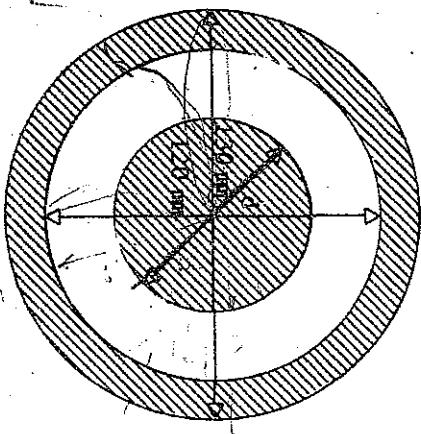
e) Hareketli parganın kütlesini bulunuz.

f) Hava aralığında biriken enerji sistemin toplam enerjisinin % kaçıdır.

Magnetik akı kagaçları ve akı sarmaları yok varsayılabaktır. Demirin boşluğu göre bağıl geçirgenliği 3000 dir.

Gözüm

a) Problemede hava aralıklarındaki magnetik akı yoğunluklarının eşit oldukları ve kagaç akıların olmadığı belirtimiz. O halde yandaki enine kesitte gösterilen hava aralıklarının kesitleri aynıdır.



Hava aralığının reluctansı

$$R_{mg} = \frac{1 \times 10^{-3}}{\mu_0 \times \frac{\pi}{4} (50)^2 \times 10^{-6}} = 405 \cdot 3 \times 10^3 \text{ A/Wb}$$

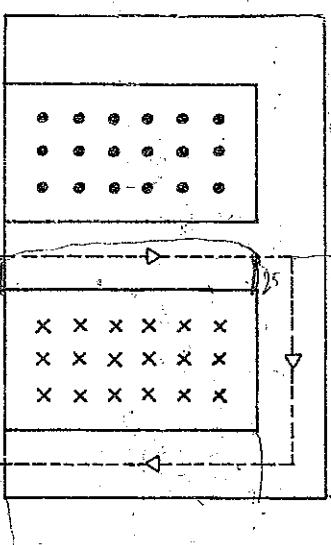
Demir parçaların reliktansları

$$R_{m1} = \frac{105 \times 10^{-3}}{3000 \mu_0 \times \frac{\pi}{4} \times (50)^2 \times 10^{-6}} = 14.18 \times 10^3 \text{ A/Wb}$$

b)

$$R_{m2} = \frac{65 \times 10^{-3}}{3000 \mu_0 \times \pi \times 65 \times 10 \times 10^{-6}} = 8.443 \times 10^3 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m3} = \frac{5 \times 10^{-3}}{3000 \mu_0 \times \frac{\pi}{4} \times (50)^2 \times 10^{-6}} = 0.6755 \times 10^3 \text{ A/Wb}$$



c) Esdeger reliktansı

$$R_{\text{m}\perp} = 2x(R_{\text{m}1} + R_{\text{m}2} + R_{\text{m}3} + R_{\text{mg}})$$

$$= 2x(14.18 + 8.443 + 0.6755 + 405.3)x10^3$$

$$= 857.2x10^3 \text{ A/Wb}$$

Bobinin endüktansı

$$L = \frac{N^2}{R_{\text{m}\perp}} = \frac{(1000)^2}{857.2x10^3} = 1.167 \text{ H}$$

0 halde
d) Amper yasası gereği $NI = R_{\text{m}}\phi$ dir. Önce akıyi bulalım.

$$\phi = Bx\lambda = 1x\frac{\pi}{4}x(50)^2x10^{-6} = 1.963x10^{-3} \text{ Wb}$$

0 halde

$$I = \frac{R_{\text{m}} \times \phi}{N} = \frac{857.2x10^3 \times 1.963x10^{-3}}{1000} = 1.683 \text{ A}$$

e) Hareketli parçaya etkiyen kuvvet

$$F_E = \frac{B^2}{2\mu_0} \times (2A) = \frac{(1.0)^2}{2\mu_0} \times 2x1.963x10^{-3} = 1562 \text{ N}$$

Hareketli parçanın kütlesi

$$m = \frac{F_E}{g} = \frac{1562}{9.81} = 159.2 \text{ kg}$$

f) Sistemin toplam enerjisi

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} x(1.167)x(1.683)^2 = 1.653 \text{ Joule}$$

Hava aralığında biriken enerji toplam enerji

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0} x (\text{Hava aralığının hacmi})$$

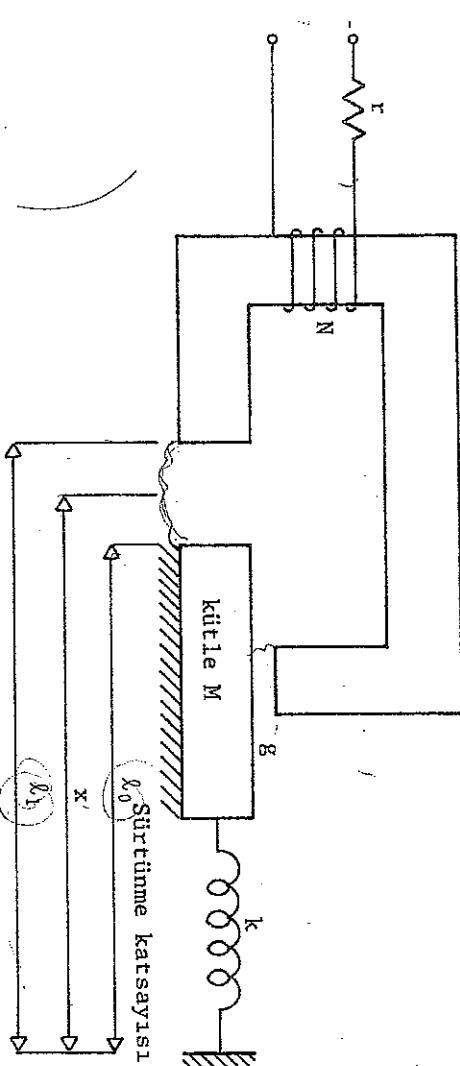
$$= \frac{(1.0)^2}{2\mu_0} x (2x\frac{\pi}{4}x(50)^2x10^{-6}x1x10^{-3}) = 1.563 \text{ Joule}$$

Hava aralığında biriken enerji toplam enerjinin

$$\frac{1.563}{1.653} \times 100 = 94.56 \%$$

dir.

14. ÖRNEK PROBLEM



Burada relüktanslar

$$R_{mg} = \frac{g}{\mu_0 A}$$

$$R_{mx} = \frac{l_1 - x}{\mu_0 A}$$

şeklindedir. Bobinin endüktansı

$$L(x) = \frac{N^2}{R_{mx} + R_{mg}}$$

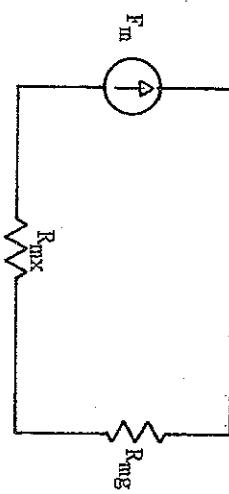
$$L(x) = \frac{N^2}{\frac{g}{\mu_0 A} + \frac{\mu_0 A x}{\mu_0 A}}$$

Şekilde gösterilen rôle yalnızca öteleme hareketi yapabilmektedir. Elektromekanik sistemin elektriksel ve mekanik yanına ilişkin denklemleri yazınız. Bu denklemleri nonlineer yapan terimleri belirleyiniz. Sürekli durumda kararlı bir çalışma noktası bularak bu nokta civarında küçük genlikli değişimler için denklemeleri linearleştiriniz.

Magnetik materyalin ideal olduğunu varsayız. Aki kaçaklı ve aki sapmalarını gördi ediniz. Sürünme kuvveti hizla linear orantılı, yay kuvveti ise uzama ile linear orantılı varsayız. Kesit her yerde aynı olup A dir.

Cözüm

Magnetik devreyi gözönüne alalım.



$$\begin{aligned} & \text{Elektriksel parametreler:} \\ & r: \text{Bobin iletkeninin direnci} \\ & L: \text{Bobinin endüktansı} \end{aligned}$$

Mekanik parametrelər:

M: Hareketli parçanınğından kütlesi

b: Sürütme katsayısı
k: Yay değişmez

Hareketin elektriksel denklemi

$$v = ri + \frac{d}{dt}(Li)$$

Hareketin elektriksel denklemindeki son terim bu denklemi nonlineer yapmaktadır. Bu terimin hareket nedeniyle olusmasından dolayı bu terime hareket gerilimi adı verilir.

Hareketin mekanik denklemi

$$\ddot{Mx} + b\dot{x} + k(x - x_0) = -\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}$$

$$\ddot{Mx} + b\dot{x} + k(x - x_0) = -\frac{1}{2} i^2 \frac{A}{(c+x)^2}$$

Hareketin mekanik denklemini nonlinear yapan terim son terimdir.

Hareketin elektriksel ve mekanik olmak üzere iki diferansiyel denklemi vardır. Bu denklemler yukarıda da söylendiği gibi nonlineer türdendir. Bu nedenle bu denklemleri analitik olarak çözmek çok zordur. Analitik çözüm kararlı bir çalışma noktası etrafında küçük genlikli değişimler için yapılabilir. Başlıca değişkenlerin bobin gerilimi $v(t)$, bobinden geçen akım $i(t)$ ve yerdeğiştirme $x(t)$ dir. Kararlı bir çalışma noktasına ilişkin büyüklikleri (V_0, I_0, x_0) ile gösterelim. Bu nokta civarındaki küçük genlikli değişimler için

$$\begin{aligned} v(t) &= V_0 + v_1(t) \\ i(t) &= I_0 + i_1(t) \\ x(t) &= x_0 + x_1(t) \end{aligned}$$

yazılabilir. Burada $v(t)$, $i(t)$, $x(t)$ orjinal değişkenler, $(v_1(t), i_1(t), x_1(t))$ ise kararlı çalışma noktası etrafındaki küçük genlikli değişimleri göstermektedir. $v_1(t)$, $i_1(t)$, $x_1(t)$ Biri büyüklikler küçük genlikli değişimler olduğundan ikinci dereceden olan $v_1(t)$, $i_1(t)$ veya $x_1(t)$ gibi büyüklikleri gözardı ediyoruz.

Yukarıda söylenenlerin işiğini altında endüktans terimini yeniden inceleyelim.

$$L = \frac{L_0 AN^2}{x_1 + g - x_0 - x}$$

∴

$$L = \frac{L_0 AN^2}{x_1 + g - x_0 - x_1}$$

∴

$$L = L_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{x_1}{x_1 + g - x_0}} \right)$$

∴

$$L = L_0 \left(1 - \frac{x_1}{x_1 + g - x_0} \right)^{-1}$$

Burada

$$L_0 = \frac{L_0 AN^2}{x_1 + g - x_0}$$

dir.

Endüktans fonksiyonunu Binom serisi olarak yeniden ifade edelim.

$$L = L_0 \left[1 + \frac{x_1}{x_1 + g - x_0} + \left(\frac{x_1}{x_1 + g - x_0} \right)^2 + \left(\frac{x_1}{x_1 + g - x_0} \right)^3 + \dots \dots \right]$$

Endüktans fonksiyonunun x_1 e göre türevi

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{L_0}{\lambda_1 + g - x_0} \left[1 + \frac{2x_1}{\lambda_1 + g - x_0} + 3 \left(\frac{x_1}{\lambda_1 + g - x_0} \right)^2 + \dots \right]$$

Bu son iki bağıntıda ikinci ve daha yüksek dereceden terimleri gözardı ederek ifadeleri linearleştirelim

$$L \approx L_0 \left[1 + \frac{2x_1}{\lambda_1 + g - x_0} \right]$$

$$\frac{dL}{dx_1} \approx \frac{L_0}{\lambda_1 + g - x_0} \left[1 + \frac{2x_1}{\lambda_1 + g - x_0} \right]$$

Toplam akayı gözönüne alalım.

$$\lambda = L_1$$

$$\lambda = L_0 \left[1 + \frac{2x_1}{\lambda_1 + g - x_0} \right] (I_0 + i_1)$$

$$\lambda \approx L_0 I_0 + L_0 i_1 + \frac{2L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} x_1 + \dots$$

Burada x_1 'i gözardı edilmiştir.

Kuvvet ifadesini hareketin mekanik denkleminde yerine yazalım.

$$M\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + k(x_0 - x_1) = \frac{L_0 I_0^2}{2(\lambda_1 + g - x_0)^2} + \frac{L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} i_1 + \left(\frac{L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} \right) x_1$$

Kararlı çalışma noktası için $x_0 = x_1$

$$k(x_0 - x_0) = \frac{L_0 I_0^2}{2(\lambda_1 + g - x_0)^2}$$

olduğunu şımsarsak hareketin mekanik denklemi

$$M\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + \left[k - \frac{L_0 I_0^2}{(\lambda_1 + g - x_0)^2} \right] x_1 = \frac{L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} i_1$$

şeklinde elde edilir.

Gördüğü gibi gerek elektriksel yana gereksiz mekanik yana ilişkin denklemler linearleştirilmişdir. Bu hali ile denklemlerin çözümü standart çözüm yöntemlerinden biri ile, örneğin, Lablace transformasyonu ile gerçekleştirilebilir.

$$\frac{d}{dt}(Li) \approx L_0 \frac{di}{dt} + \frac{L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} \dot{x}_1$$

$$ri = rI_0 + ri_1$$

Bu ifadeleri hareketin elektriksel denkleminde yerine yazalım.

$$L_0 \frac{di}{dt} + ri_1 + \frac{L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} \dot{x}_1 + rI_0 = v_1 + V_0$$

Kararlı çalışma noktasında $V_0 = rI_0$ olduğunu gözönüne alarak hareketin elektriksel denkeminin linearleştirilmiş sekli

$$L_0 \frac{di}{dt} + ri_1 + \frac{L_0 I_0}{\lambda_1 + g - x_0} \dot{x}_1 = v_1$$

olur.

Benzer işlemleri hareketin mekanik denklemi için yapalım.

$$i^2 = (I_0 + i_1)^2$$

$$\therefore$$

$$i^2 = I_0^2 + 2I_0 i_1 + i_1^2$$

$$\therefore$$

$$i^2 \approx I_0^2 + 2I_0 i_1$$

Kuvvet için

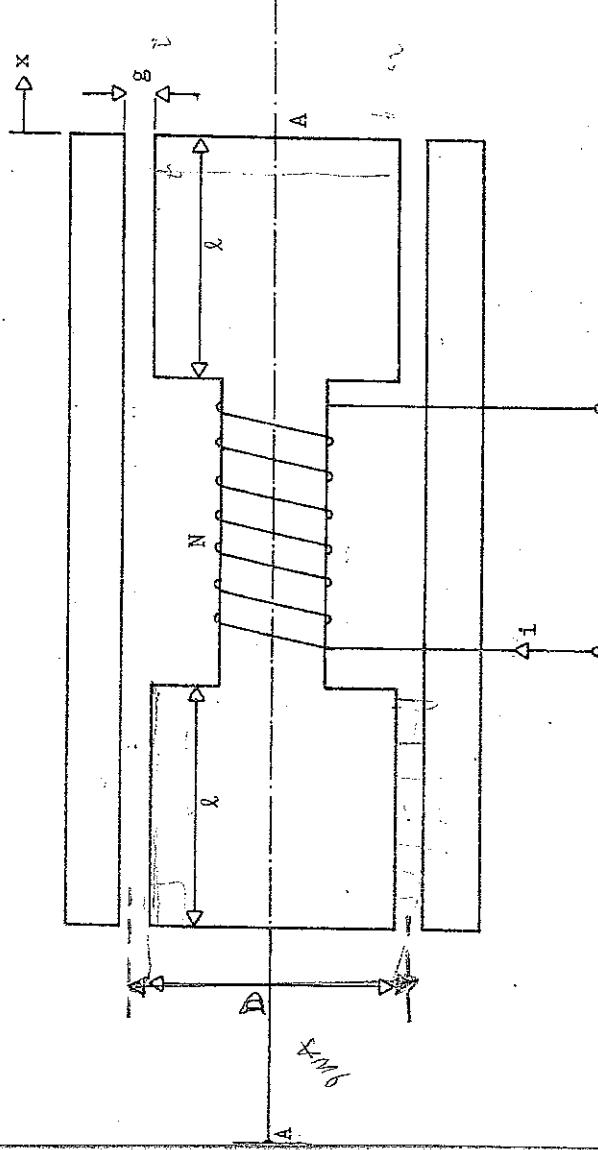
$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} \approx \frac{1}{2} (I_0^2 + 2I_0 i_1) \frac{L_0}{x_1 + g - x_0} \left[1 + \frac{2x_1}{x_1 + g - x_0} \right]$$

\therefore

$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} \approx \frac{L_0 I_0^2}{2(x_1 + g - x_0)} + \frac{L_0 I_0}{x_1 + g - x_0} i_1 + \frac{L_0 I_0^2}{(x_1 + g - x_0)^2} x_1$$

Burada x_1 i garpımı gözardı edilmiştir.

15. ÖRNEK PROBLEM



Sekilde verilen elektromekanik düzen AA' eksenine göre simetrik yapıdadır. Demir kısımların bağıl eğriliği çok büyükür. Üzerinde N sarım bulunan makara zeminde sabitlenmiştir. Distaki boru serbestçe hareket edebilmektedir. Bu iki parça arasındaki hava aralığı çevre boyunca her noktada sabittir.

- a) Sargıdan i akımı geçtiğinde hava aralığında oluşacak akı yoğunluğunun ifadesini x bağlı olarak elde ediniz.
- b) Sargının endüktansını x yerdeğistirmesinin işlevi olarak ifade ediniz.

- c) x yerdeğiştirmesi için kuvvet ifadesini elde ediniz.

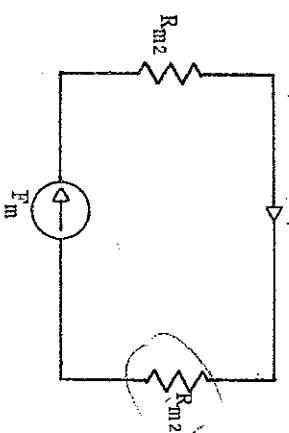
- d) $D = 20 \text{ mm}$, $\ell = 10 \text{ mm}$, $g = 1 \text{ mm}$, $N = 500$ sarım, $i = 2A$ olarak veriliyor. Dıştaki boruyu şekilde gösterilen konumdan ayırmak için ne kadar kuvvet uygulamak gereklidir?

- e) x yerdeğişiminin $-\ell \leq x \leq \ell$ aralığında değişmesi durumunda kuvvetin değişim eğrisini çiziniz.

Kaçak akılar ve uç etkileri gözardı ediliyor.

Cözüm

- a) Sistemin magnetik esdeğер devresi



x yerdeğiştirmesi için hava aralıklarının relüktansları

$$R_{m1} = \frac{g}{\mu_0 \pi D (\ell - x)}$$

$$R_{m2} = \frac{g}{\mu_0 \pi D x}$$

Toplam relüktans

$$R_m = R_{m1} + R_{m2}$$

$$R_m = \frac{g}{\mu_0 \pi D} \left[\frac{1}{\ell - x} + \frac{1}{x} \right]$$

$$R_m = \frac{g}{\mu_0 \pi D} \left[\frac{1}{\ell - x} + \frac{1}{x} \right]$$

$$R_m = \frac{g}{\mu_0 \pi D} \frac{2\ell - x}{\ell(\ell - x)}$$

Devrede dolasın ağı

$$\phi = \frac{Nl}{R_m} = Nl \frac{\mu_0 \pi D}{g} \frac{x(\ell - x)}{2\ell - x}$$

- (1) Numaralı hava aralığı için aki yoğunluğu

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 Nl}{g} \frac{x}{2\ell - x}$$

- (2) Numaralı hava aralığında aki yoğunluğu

$$B_2(x) = \frac{\phi}{A_2}$$

$$B_2(x) = Nl \frac{\mu_0 \pi D}{g} \frac{x(\ell - x)}{2\ell - x} \frac{1}{\pi D \ell}$$

∴

$$B_2(x) = \frac{\mu_0 Nl}{g} \frac{x(\ell - x)}{2\ell - x}$$

- b) Bobinin endüktansı

$$L = \frac{Nl}{I} = \frac{N\phi}{I} = N^2 \frac{\mu_0 \pi D}{g} \frac{x(\ell - x)}{2\ell - x}$$

- c) Kuvvet

$$F_e = \frac{l^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

$$F_e = \frac{l^2}{2} \frac{\mu_0 \pi D N^2}{g} \frac{d}{dx} \left(\frac{x(\ell - x)}{2\ell - x} \right)$$

$$F_E = \frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g} \frac{(-1)(2l-x) - (-1)(l-x)}{(2l-x)^2}$$

$$F_E = \frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g} \frac{-2l+x+l-x}{(2l-x)^2}$$

$$F_E = \frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g} \frac{-l^2}{(2l-x)^2}$$

d) $x = 0$ ıken kuvvet

$$F_E = \frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g} \frac{(500)^2 x(2)^2 - (10x10^{-3})^2}{(2x10x10^{-3})^2}$$

$$F_E = -9.870 \text{ N}$$

e) $x = l/2$ için

$$F_E = \frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g} \frac{-l^2}{(1.5)^2}$$

$$F_E = -\frac{\mu_0 \pi (20x10^{-3}) x (500)^2 x (2)^2}{2x(1x10^{-3})^2 (1.5)^2}$$

$$F_E = 17.546 \text{ N}$$

$x = l$ ıcin

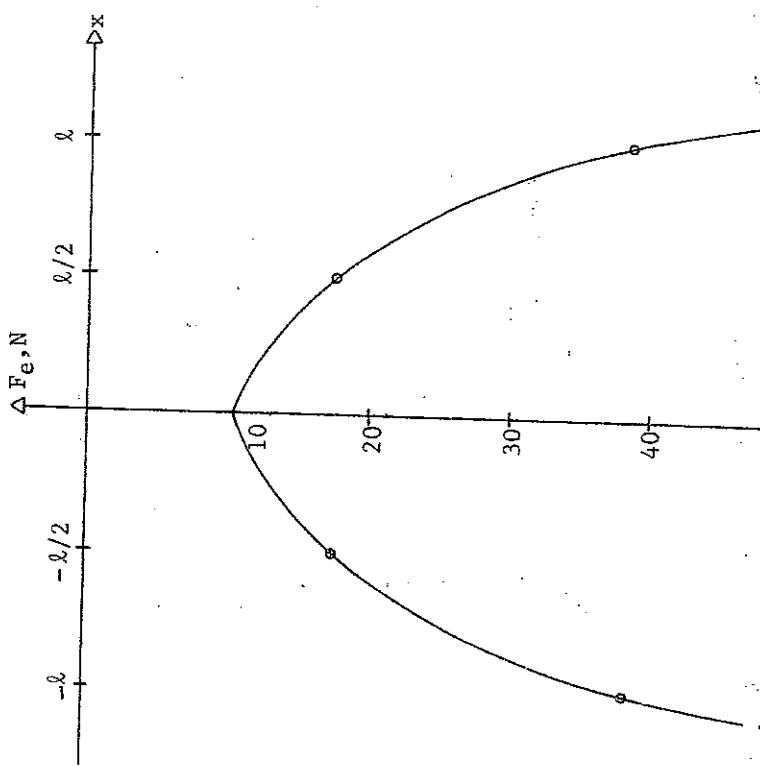
$$F_E = -\frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g} \frac{l^2}{(2l-l)^2}$$

$$F_E = \frac{\mu_0 \pi D N^2 i^2}{2g}$$

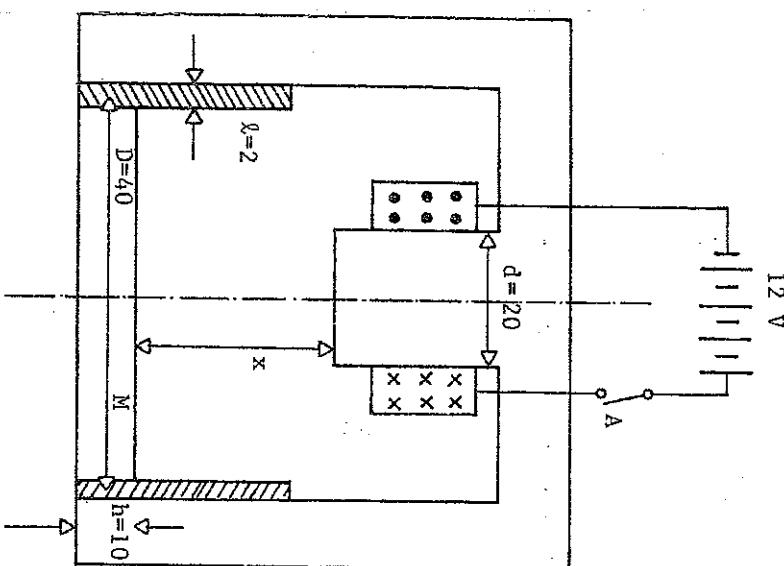
$$F_E = \frac{\mu_0 \pi (20x10^{-3}) (500)^2 x (2)^2}{2x(1x10^{-3})}$$

$$F_E = 39.478 \text{ N}$$

Fonksiyon F_E eksenine göre simetriktir.



16. ÖRNEK PROBLEM



Boyuclar mm'dir.

Cözüm

a) Enerji denge denklemi

$$\left[\text{Kaynaktan gelen enerji} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Yükle aktarılan} \\ \text{elektriksel enerji} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Alanda biriken mekanik enerji} \\ \text{enerjideki artı} \end{array} \right]$$

$$+ \left[\begin{array}{l} \text{Isiya dönüsen enerji} \end{array} \right]$$

veya

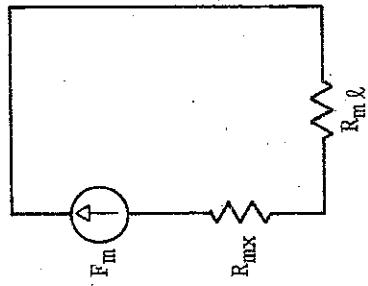
$$(V - RI)i dt = F_{ed} dx + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \left(\frac{d^2}{4} \right) dx + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \pi Dh + R i^2$$

Şekilde eksenel dönel simetrik yapıda olan bir elektromagnetik düzeneğin malzemenin magnetik bağıl geçirgenliği çok yüksektir. Kütleşi 5 g olan hareketli parça, serbestçe yer

değiştirebilecek biçimde, 2 mm kalınlıkta piring halkanın içinde yataklamıştır. Ver değiştirme sırasında oluşan sürünme kuvveti gözardı edilebilecek kadar küçüktür. Sarının sarım sayısı 500 direnci 10 ohm dur.

- Hareketli parçanın dx yerdeğiştirmesi için enerji denklemini yazınız.
 - Varilen sistemde toplam aki-akım bağıntısını x parametre olmak üzere elde ediniz. $x = 10 \text{ mm}$ ve $x = 0$ için toplam aki-akım bağıntılarını ögecli olarak çiziniz.
 - Aki sabit kalmak koşulu ile x uzaklığa 10 mm den 0 mm değerine kadar değiştirilirse sisteme biriken magnetik enerjideki değişme ne kadar olur?
 - Hareketli parça şekilde gösterilen konumda iken A anahtarı kapatılıyor. Hareketli parçanın hareketini tamamlayıp denge durumu sağlandığı zaman x uzaklığa ne kadar olur?
 - Sarginin endüktansının x uzaklığına göre değişim işlevini yazınız ve değişim eğrisini çiziniz.
- Kaçak akılar ve uç etkilerini gözardı ediniz.

- b) Sistemin silindirik eksenel dönen simetrik olması nedeniyle magnetik esdeğer devre aşağıdaki verilen şekilde gibi olacaktır.



R_{mx} ile gösterilen relüktansın hava olması nedeniyle bağıl geçirgenliği 1, pirincin ise diamagnetik malzeme olması nedeniyle bağlı geçirgenliği yine 1 dir.

Problemin bu kısmını iki değişik yoldan giderek çözebiliriz.

1) Ampere yasasından yararlanarak çözüm

Ampere yasası gereği

$$NI = H_I l + H_x x$$

dir. Alan siddetlerini

$$H_I = \frac{B_I}{\mu_0}$$

ve

$$H_x = \frac{B_x}{\mu_0}$$

dir. Kaçak akı yok varsayıldığından

- b) $\phi = B_I \pi D h = B_x \pi \frac{d^2}{4}$
- Alan siddetlerini Amperे yasasında yazabiliyoruz. Alan siddetlerini cinsinden yazalım.

$$H_I = \frac{1}{\mu_0} \frac{\phi}{\pi D h}$$

$$H_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{\phi}{\pi} \frac{d^2}{4}$$

Alan siddetlerinin ifadelerini Ampere yasasında yazalım.

$$NI = \frac{1}{\mu_0 \pi} \left[\frac{\phi}{D h} + \frac{4x}{d^2} \right] \phi$$

Toplam akının $\lambda = N\phi$ olduğunu anımsayarak

$$\lambda = \frac{\pi \mu_0 N^2 l}{D h} + \frac{4x}{d^2}$$

yazılabilir.

11) Relüktanslardan yararlanarak çözüm

Magnetik devredeki relüktansları yazalım.

$$R_{mx} = \frac{x}{\mu_0 \pi \frac{d^2}{4}}$$

$$R_m \lambda = \frac{\lambda}{\mu_0 \pi D h}$$

Toplam relüktans $R_m = R_{ml} + R_{mx}$ olacaktır.

$$R_m = \frac{1}{\pi \mu_0} \left[\frac{\lambda}{D h} + \frac{4x}{d^2} \right]$$

Endüktans $L = \frac{N^2}{R_m}$ olduğundan

$$L = \frac{\pi \mu_0 N^2}{\frac{l}{d} + \frac{4x}{d}} i.$$

Gördüğü gibi λ -i bağıntısı her iki yöntemle de aynı değer çıkmaktadır.

Problemin verilerini tekrar arımsayalım.

$$N = 500 \text{ sarım}$$

$$h = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$D = 40 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = 20 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$l = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{\pi x^4 \mu_0 N^2}{2x \times 10^{-3} + \frac{4}{(20 \times 10^{-3})^2} x} i$$

∴

$$\lambda = \frac{0.9870}{5+10000 x} i$$

$$x = 0 \text{ için } \lambda = 197.4 \times 10^{-3} i$$

$$x = 10 \times 10^{-3} \text{ m için } \lambda = 9.4 \times 10^{-3} i$$

Yukarıda verilen toplam akı ile akım arası bağıntılardan bu değişimin orijinden geçen doğrular olduğu görüllür.

∴

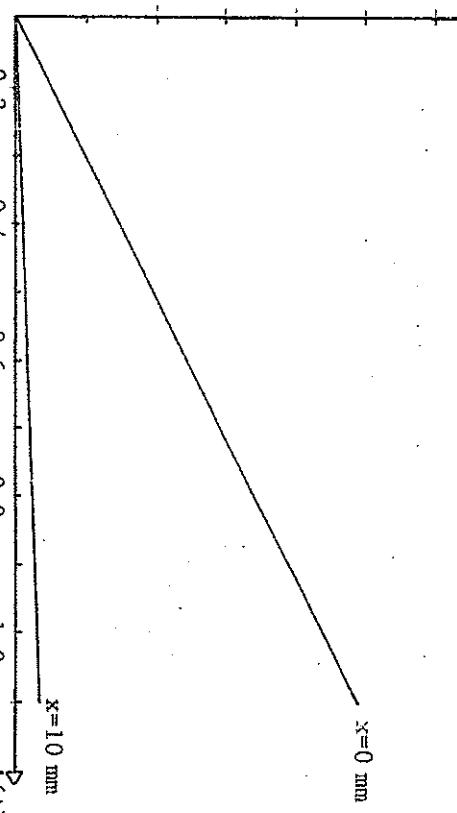
$$I_{10} = 1.2 \text{ A}$$

$$x = 10 \text{ mm ve } I_{10} = 1.2 \text{ A iken toplam aki}$$

$\lambda (m \text{ Wb})$

240
200
160

120
80
40



$$W_0 = 322.3 \times 10^{-6} \text{ J}$$

Hareket nedeniyle sisteme oluşan magnetik enerji değişimini

$$\lambda = 11.28 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Problemden toplam akının değişmediği söyleniyor, buna göre
 $x = 0$ iken akımı bulalım.

$$I_0 = \frac{\lambda}{197.4 \times 10^{-3}}$$

$$I_0 = \frac{11.28 \times 10^{-3}}{197.4 \times 10^{-3}}$$

$$I_0 = 57.14 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$x = 10$ mm için sisteme depo edilen enerji

$$W_{10} = \frac{1}{2} \lambda I_{10}$$

$$W_{10} = \frac{1}{2} (11.28 \times 10^{-3} \times 1.2)$$

$$W_{10} = 6.768 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$x = 0$ iken sisteme depo edilen enerji

$$W_0 = \frac{1}{2} \lambda I_0$$

$$W_0 = \frac{1}{2} (11.28 \times 10^{-3} \times 57.14 \times 10^{-3})$$

$$\Delta W_F = W_{10} - W_0$$

$$\Delta W_F = 6.768 \times 10^{-3} - 322.3 \times 10^{-6}$$

d) Hareketli parçaya etkiyen kuvvet

$$F_e = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}$$

$$F_e = \frac{i^2}{2} \frac{d}{dx} \left[\frac{\pi \mu_0 N^2}{\frac{\lambda}{Dh} + \frac{4x}{d^2}} \right]$$

$$F_e = \frac{i^2}{2} - \frac{\pi \mu_0 N^2 \frac{4}{d^2}}{\left(\frac{\lambda}{Dh} + \frac{4x}{d^2} \right)^2}$$

$$F_e = - \frac{2\pi \mu_0 N^2 i^2}{d^2 \left(\frac{\lambda}{Dh} + \frac{4x}{d^2} \right)^2}$$

Denge durumunda $F + mg = 0$ dir. O halde

$$mg = 2 \frac{\pi \mu_0 N^2}{d^2 \left(\frac{\lambda}{Dh} + \frac{4x}{d^2} \right)^2} i^2$$

$$\left(\frac{d\ell}{Dh} + \frac{4x}{d}\right)^2 = 2 \frac{\pi \mu_0 N^2}{mg} l^2$$

$$\frac{d\ell}{Dh} + \frac{4x}{d} = \sqrt{\frac{2\pi \mu_0 N^2 l^2}{mg}}$$

∴

$$\frac{4x}{d} = \sqrt{\frac{2\pi \mu_0 N^2 l^2}{mg}} - \frac{d\ell}{Dh}$$

x sayısal değeri

$$x = \frac{d}{4} \left[\sqrt{\frac{2\pi \mu_0 N^2 l^2}{mg}} - \frac{d\ell}{Dh} \right]$$

∴

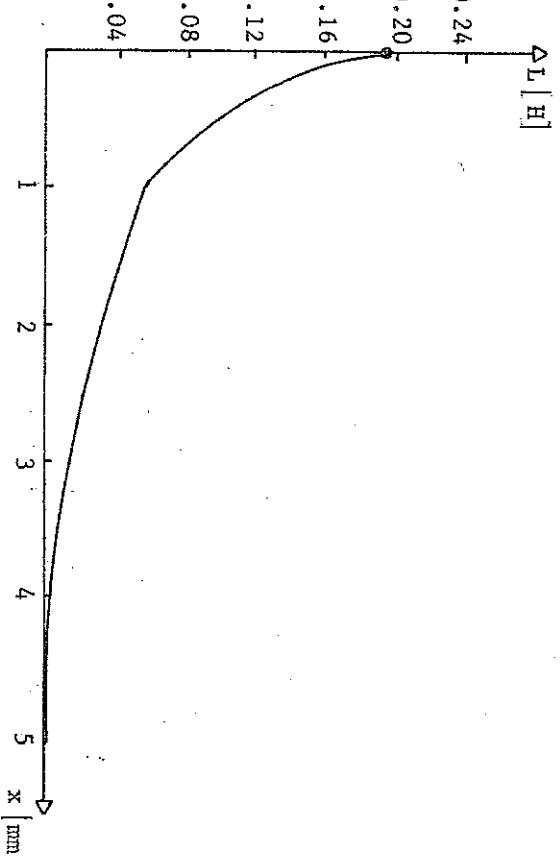
$$x = \frac{20 \times 10^{-3}}{4} \left[\sqrt{\frac{2\pi \mu_0 (500)^2 (1.2)^2}{5 \times 9.81}} - \frac{20 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3}}{40 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}} \right]$$

x = 0.7 mm

e) Sorunun a şıkkında endüktans

$$L = \frac{0.9870}{5 \times 10000 x}$$

bululmuştur.



Endüktans fonksiyonunun x bağlı değişimi yukarıda verilmiştir.

17. ÖRNEK PROBLEM

Rotoru ve statoru yuvarlak olan bir makinanın (siliindir makina) stator devresinden $i_s = I_s \cos^2 t$ akımı ve rotor devresinden $i_r = I_r \sin^2 t$ akımı akmaktadır.

- Hangi hızlarda makina faydalı moment üretebilir.
- $a)$ Sıkkinda hesaplanan hızlardaki ortalama momenti bulunuz.
- $c)$ a) sıkkindaki koşullarda hareketli parçaya etkiyen momenti bulunuz.

CÖZÜM

$$\text{Moment } T_e = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{dt} \text{ dir. } i_s = I_s \cos^2 t \text{ ve } i_r = I_r \sin^2 t$$

$L_{sr} = \hat{L}_{sr} \cos \theta$

0 halde

$$T_e = -I_s \hat{I}_r L_{sr} \cos^2 t \sin^3 t \sin(\omega t + \beta_0)$$

$$\therefore T_e = -\frac{1}{2} I_s \hat{I}_r L_{sr} (\cos 2t) \sin^3 t \sin(\omega t + \beta_0)$$

$$-\frac{1}{2} I_s \hat{I}_r L_{sr} \sin^3 t \cos 2t \sin(\omega t + \beta_0)$$

$$T_e = -\frac{1}{4} I_s \hat{I}_r L_{sr} [\sin((\omega+3)t + \beta_0) + \sin((\omega-3)t + \beta_0)]$$

$$-\frac{1}{4} I_s \hat{I}_r L_{sr} [\sin 5t + \sin t] \sin(\omega t + \beta_0)$$

$$T_e = -\frac{1}{4} I_s \hat{I}_r L_{sr} [\sin((\omega+3)t + \beta_0) + \sin((\omega-3)t + \beta_0)]$$

$$+\frac{1}{8} I_s \hat{I}_r L_{sr} [\cos((\omega+5)t + \beta_0) - \cos((\omega-5)t + \beta_0)]$$

$$+\frac{1}{8} I_s \hat{I}_r L_{sr} [\cos((\omega+1)t + \beta_0) - \cos((\omega-1)t + \beta_0)]$$

Faydalı moment üretilebilmesi için $T \neq 0$ olmalıdır.

$$\omega = \pm 1 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \pm 3 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \pm 5 \text{ rad/s}$$

İçin faydalı moment üretilebilir.

$$b) \omega = \pm 1 \text{ rad/s için } T_{ort} = \pm \frac{1}{8} I_s \hat{I}_r L_{sr} \cos \beta_0 \text{ N-m}$$

$$\omega = \pm 3 \text{ rad/s için } T_{ort} = -\frac{1}{4} I_s \hat{I}_r L_{sr} \sin \beta_0 \text{ N-m}$$

$$\omega = \pm 5 \text{ rad/s için } T_{ort} = \frac{1}{8} I_s \hat{I}_r L_{sr} \cos \beta_0 \text{ N-m}$$

c) Üretilen maksimum güçler

$$P_{m_1} = \omega_1 T_{m_1} = +\frac{1}{8} I_s \hat{I}_r L_{sr} \text{ Watt}$$

$$P_{m2} = \omega_2 T_{m2} = \pm \frac{3}{4} I_s L_r \hat{I}_{sr} \quad \text{Watt}$$

$$P_{m3} = \omega_3 T_{m3} = + \frac{5}{8} I_s L_r \hat{I}_{sr} \quad \text{Watt}$$

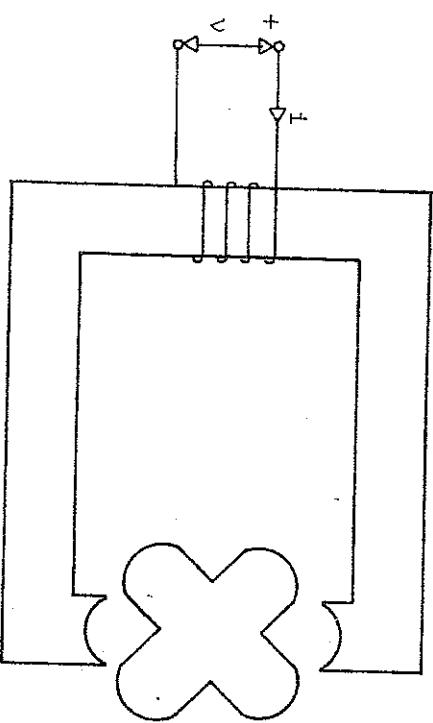
Not: Problemin çözümünde yararlanılan trigonometrik özdeşlikler aşağıda verilmiştir.

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

18. ÖRNEK PROBLEM



Rotoru sargsız dört kutuplu bir relüktans motorunun magnetik devresine ilişkin relüktanslar aşağıda verilmiştir.

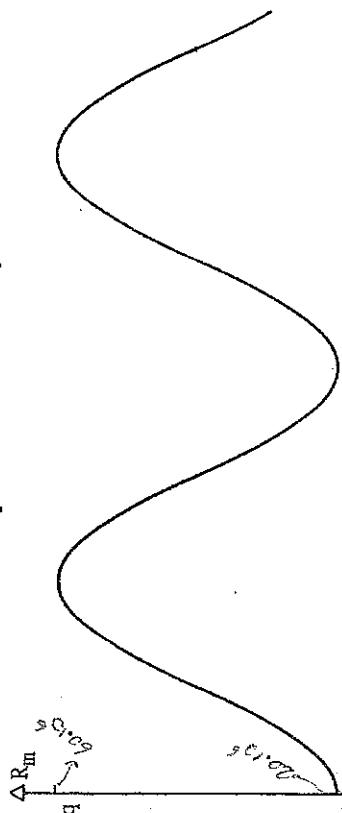
$$\begin{aligned} \text{Boyuna eksen relüktansi} &= 20 \times 10^6 \text{ A/Wb} \quad (+ \text{ konus}) \\ \text{Enine eksen relüktansi} &= 60 \times 10^6 \text{ A/Wb} \quad (\times \text{ konus}) \end{aligned}$$

Relüktansın rotor konumu ile değişiminin bir sabit ve bir sinüzoidal terimden oluşanu varsayılabılır. Stator bobinin sarım sayısı 2500'dür. Kaynak 220 V, 50 Hz lik şebekedir. Bobin direnci gözardı edilecek kadar küçütür.

- Makinanın üretebileceği ortalama gücün maksimumunu bulunuz.
- Bobin akımının etkin değerini bulunuz.

Çözüm

Motorun dört kutuplu olması nedeniyle



$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

Relüktansın değerini $R_m = R_{md} - R_{mq} \cos 4\theta$ olacaktır. Burada

$$R_{md} = \frac{R_{mq} + R_{mdq}}{2}$$

$$R_{mq} = \frac{R_{mdq} - R_{md}}{2}$$

dir. O halde relüktans

$$R_m = (40 - 20 \cos 4\theta) \times 10^6 \text{ A/Wb}$$

Moment

$$T_e = -\frac{\phi^2}{2} \frac{dR_m}{d\theta}$$

dan

$$T_e = +20 \times 10^6 \left[+20 \times 4 \sin 4\theta \right] \times 10^6$$

$$T_e = -\phi^2 40 \sin 4\theta \times 10^6$$

Dirençin gözardı edilmesi nedeniyle elektrik devresindeki akı değişimini sinyalizaledir.

$$\underline{\dot{\phi} = \phi_m \cos \omega_s t}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_m t$$

Bu değerleri moment denklemine girelim.

$$T_e = -[\phi_m \cos \omega_s t]^2 40 \sin 4(\omega_m t + \theta_0) \times 10^6$$

∴

$$T_e = -20 \times 60^6 \phi_m^2 (1 + \cos 2\omega_s t) \sin 4(\omega_m t + \theta_0)$$

∴

$$T_e = -20 \times 60^6 \phi_m^2 [\sin 4(\omega_m t + \theta_0) + \cos 2\omega_s t \sin 4(\omega_m t + \theta_0)]$$

Trigonometriden

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

olduğunu anımsayarak

$$T_e = -20 \times 60^6 \times \phi_m^2 \left\{ \sin 4(\omega_m t + \theta_0) + \frac{1}{2} \sin [(2\omega_s + 4\omega_m)t + 4\theta_0] + \frac{1}{2} \sin [(2\omega_s - 4\omega_m)t - 4\theta_0] \right\}$$

Moment ifadesinin incelenmesinden $T_{ort} \neq 0$ olabilmesi için $|\omega_m| = |\omega_s/2|$ gerekenebileceği görüldür. Bu koşullar sağlanması durumunda

$$T_{ort} = +20 \times 10^6 \phi_m^2 \frac{1}{2} \sin 4\theta_0$$

∴

$$T_{\text{ort}} = +10 \times 10^6 \phi_m^2 \sin 4\theta_0$$

bulunur.

Bobinde endiklenen gerilim

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = -N\omega_s \phi_m \sin \omega_s t$$

Endiklenen gerilimin etkin değeri

$$E = \frac{N\omega_s \phi_m}{\sqrt{2}}$$

buradan

$$\phi_m = \frac{\sqrt{2}E}{N\omega_s}$$

$V = E$ olduğunu anımsarsak

$$\phi_m = \frac{\sqrt{2}V}{N\omega_s}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\times 220}{2500 \times 2\pi \times 50}$$

$$\phi_m = 0.3961 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Maksimum ortalama moment $\theta_0 = -22.5^\circ$ iken olusur ve değeri.

$$T_{\text{ort}} = +10 \times 10^6 \times (0.3961 \times 10^{-3})^2 \sin 4\theta_0$$

$$\therefore T_{\text{ort}} = 1.569 \times 10^6 \cos(3\omega_s t + 4\theta_0) + \cos(-\omega_s t + 4\theta_0)$$

$$T_{\text{ort}} = 1.569 \text{ Nm}$$

Makinanın moment üretilmesi için $|\omega_m| = |\omega_s/2| = 50\pi$ rad/s 0 halde üretilebilecek

$$P = T_{\text{ort}} \times \omega_m = 1.569 \times 50\pi = 246.5 \text{ W}$$

b) Aksi ifadesi

$$\downarrow \quad \phi = \frac{Ni}{R_m}$$

$$\text{den } i = \phi R_m / N$$

∴

$$i = \frac{\phi_m}{N} \cos \omega_s t [R_{ma} - R_{mb} \cos 4(\omega_m t + \theta_0)]$$

Trigonometriden

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$

olduğunu anımsayarak

$$i = \frac{\phi_m R_{ma}}{N} \cos \omega_s t - \frac{\phi_m R_{mb}}{2N} [\cos((\omega_s + 4\omega_m)t + 4\theta_0) + \cos((\omega_s - 4\omega_m)t - 4\theta_0)]$$

$$+ \cos((3\omega_s t + 4\theta_0))$$

$$\omega_m = \omega_s/2 \text{ koşulundan}$$

$$i = \frac{\phi_m R_{ma}}{N} \cos \omega_s t - \frac{\phi_m R_{mb}}{2N} [\cos(3\omega_s t + 4\theta_0) + \cos(-\omega_s t + 4\theta_0)]$$

$$i = \frac{\phi_m R_{ma}}{N} \cos \omega_s t - \frac{\phi_m R_{mb}}{2N} [\cos(3\omega_s t + 4\theta_0) + \cos(\omega_s t + 4\theta_0)]$$

$\theta = -22.5^\circ$ alarak

$$i = \frac{\phi_{mRma}}{N} \cos \omega_s t - \frac{\phi_{mRmb}}{2N} \{ \cos(3\omega_s t - 90^\circ) + \cos(\omega_s t - 90^\circ) \}$$

∴

$$i = \frac{\phi_{mRma}}{N} \cos \omega_s t - \frac{\phi_{mRmb}}{2N} \{ \sin 3\omega_s t + \sin \omega_s t \}$$

∴

$$i = \frac{0.3961 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^6}{2500} \cos \omega_s t - \frac{0.3961 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^6}{2 \times 2500}$$

$$\times [\sin 3\omega_s t + \sin \omega_s t]$$

∴

$$i = 6.3376 \cos \omega_s t - 1.5844 \sin \omega_s t - 1.5844 \sin 3\omega_s t$$

Trigonometrik Özdeşlik

$$A \cos x + B \sin x = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(x + \phi)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{A}{B} \right)$$

anımsanarak

$$\sqrt{(6.3376)^2 + (1.5844)^2} = 6.5326$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{6.3376}{-1.5844} \right)$$

$$\phi = -75.96^\circ$$

0 halde

$$i = 6.5326 \sin(\omega_s t - 75.96^\circ) - 1.5844 \sin 3\omega_s t$$

Akımın etkin değeri

$$I = \left[\frac{6.5326^2}{2} + \frac{1.5844^2}{2} \right]^{1/2}$$

$$I = 4.7532 \text{ A}$$

19. ÖRNEK PROBLEM

İki elektriksel ve İki mekanik kapısı olan bir elektromekanik dönüştürücüde

$$\begin{aligned} i_1 &= x_1 \lambda_1 + \cos x_1 \lambda_1 + \cos x_2 \lambda_2 \\ i_2 &= x_2 + \sin x_1 \lambda_1 + \sin x_2 \lambda_2 \end{aligned}$$

olarak verilmiştir.

- a) Sistemin coenerji fonksiyonunu bulunuz.
 b) Mekanik kapılara etkiyen kuvvetleri bulunuz.

Çözüm

$$i_1 = x_1 + \cos x_1 \lambda_1 + \cos x_2 \lambda_2$$

$$i_2 = x_2 + \sin x_1 \lambda_1 + \sin x_2 \lambda_2$$

Gördüğü gibi λ_1 ve λ_2 bağımsız değişkendir. O halde enerjisi hesaplamak daha doğru olacaktır.

$$W = \int_0^{\lambda_1} i_1 (\lambda_1, 0, x_1) d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} i_2 (\lambda_1, \lambda_2, x_1, x_2) d\lambda_2$$

∴

$$W = \int_0^{\lambda_1} [x_1 + \cos x_1 \lambda_1 + 1] d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} [x_2 + \sin x_1 \lambda_1 + \sin x_2 \lambda_2] d\lambda_2$$

$$\therefore W = \left[x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_1} \sin x_1 \lambda_1 + 1 \right] \Big|_0^{\lambda_1} + \left[x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \sin x_1 \lambda_1 - \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 \right] \Big|_0^{\lambda_2}$$

$$W = x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_1} \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_1 + x_2 \lambda_2 + \lambda_2 \sin x_1 \lambda_1 - \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2}$$

a) Coenerji fonksiyonu enerji fonksiyonundan yararlanarak bulunalım.

$$W_C = i_1 \lambda_1 + i_2 \lambda_2 - W$$

$$\therefore (x_1 + \cos x_1 \lambda_1 + \sin x_2 \lambda_2) - \left(x_1 \lambda_1 + x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_1} \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_1 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2} \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 \right)$$

$$W_C = \lambda_1 x_1 + \lambda_1 \cos x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \cos x_2 \lambda_2 + \lambda_2 x_2 + \lambda_2 \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2$$

$$-x_1 \lambda_1 \frac{1}{x_1} \sin x_1 \lambda_1 - \lambda_1 - x_2 \lambda_2 - \lambda_2 \cos x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2}$$

∴

$$W_C = \lambda_1 \cos x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \cos x_2 \lambda_2 + \lambda_2 \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2$$

$$- \frac{1}{x_1} \sin x_1 \lambda_1 - \lambda_1 - \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2}$$

∴

$$W_C = \lambda_1 \cos x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \cos x_2 \lambda_2 + \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_1} \sin x_1 \lambda_1$$

$$-\lambda_1 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2}$$

b) İki mekanik kapıya etkiyen kuvvet enerjinin x_1 ye göre türrevini alarak bulunabilir.

$$F_{e1} = - \frac{\partial W}{\partial x_1}$$

∴

$$F_{e1} = - \left[\lambda_1 - \frac{1}{x_1^2} \sin x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_1} \lambda_1 \cos x_1 \lambda_1 - \lambda_1 \lambda_2 \sin x_1 \lambda_1 \right]$$

∴

$$F_{e1} = -\lambda_1 + \frac{1}{x_1^2} \sin x_1 \lambda_1 - \frac{1}{x_1} \lambda_1 \cos x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_2 \sin x_1 \lambda_2$$

II ci mekanik kapıya etkilenen kuvvet enerjinin x_2 ye göre türevini alarak bulunabilir.

$$F_{e2} = -\frac{\partial W}{\partial x_2}$$

$$F_{e2} = -\left[\lambda_2 + \frac{1}{x_2^2} \cos x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2^2}\right]$$

$$F_{e2} = -\lambda_2 - \frac{1}{x_2^2} \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2} \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2^2}$$

iki elektriksel ve iki mekanik kapısı olan bir elektromekanik dönüştürücüde

$$\begin{aligned} i_1 &= x_1 + \sin(x_1 \lambda_1) + \frac{1}{x_1} \cos x_1 \lambda_1 \\ i_2 &= x_2 + \cos(x_2 \lambda_2) + \sin(x_2 \lambda_2) \end{aligned}$$

olarak verilmiştir.

- a) Sistemin coenerji fonksiyonunu bulunuz.
 b) Mekanik kapılara etkilenen kuvvetleri bulunuz.

Cözüm

$$i_1 = x_1 + \sin x_1 \lambda_1 + \cancel{\cos x_1 \lambda_1}$$

$$i_2 = x_2 + \cos x_2 \lambda_2 + \sin x_2 \lambda_2$$

Bu bağıntılarda λ nin değişken olmasının nedeniyle enerjiyi hesaplamak uygun olur.

$$W = \int_0^{\lambda_1} i_1(\lambda_1, 0, x_1, x_2) d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} i_2(\lambda_1, \lambda_2, x_1, x_2) d\lambda_2$$

$$W = \int_0^{\lambda_1} [x_1 + \sin x_1 \lambda_1 + 1] d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} [x_2 + \cos x_2 \lambda_2 + \sin x_2 \lambda_2] d\lambda_2$$

$$W = \left[x_1 \lambda_1 - \frac{1}{x_1} \cos x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \right] \Big|_0^{\lambda_1} + \left[x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 \right] \Big|_0^{\lambda_2}$$

$$W = x_1 \lambda_1 - \frac{1}{x_1} \cos x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_1} + x_2 \lambda_2 + \lambda_2 \cos x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2}$$

$$W = x_1 \cancel{\lambda_1} + x_2 \cancel{\lambda_2} + \cancel{\frac{1}{x_1}} + \cancel{\frac{1}{x_2}} - \cancel{\frac{1}{x_1} \cos x_1 \lambda_1} - \cancel{\frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2} + \cancel{\lambda_1 + \lambda_2 \cos x_1 \lambda_1}$$

- a) Sistemin coenerji fonksiyonu enerji fonksiyonundan yarılanılarak bulunabilir.

$$\dot{W}_C = \dot{x}_1 \lambda_1 + \dot{x}_2 \lambda_2 - W$$

$$W_C = x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \cos x_2 \lambda_2 + \lambda_2 x_2 + \lambda_2 \cos x_1 \lambda_1 + \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2$$

$$W_C = x_1 \lambda_1 - x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \cos x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_2 \cos x_1 \lambda_1$$

$$W_C = \lambda_1 \sin x_1 \lambda_1 + \lambda_1 \cos x_2 \lambda_2 + \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 - \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \cos x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_2} \cos x_2 \lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_2 \cos x_1 \lambda_1$$

- b) İlk mekanik kapiya etkilenen kuvvet enerjinin x_2 e göre türevini alarak bulunur.

$$F_{e_1} = -\frac{\partial W}{\partial x_1}$$

$$F_{e_1} = -\left[\lambda_1 - \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \cos x_1 \lambda_1 + \frac{1}{x_1} \lambda_1 \sin x_1 \lambda_1 - \lambda_1 \lambda_2 \sin x_1 \lambda_1 \right]$$

$$F_{e_1} = -\lambda_1 + \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_1^2} \cos x_1 \lambda_1 - \frac{1}{x_1} \lambda_1 \sin x_1 \lambda_1 - \lambda_1 \lambda_2 \sin x_1 \lambda_2$$

II ci mekanik kapiya etkilenen kuvvet enerjinin x_2 ye göre türevini alarak bulunur.

$$F_{e_2} = -\frac{\partial W}{\partial x_2}$$

$$F_{e_2} = -\left[\lambda_2 - \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_2^2} \cos x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2 \right]$$

$$F_{e_2} = -\lambda_2 + \frac{1}{x_2^2} - \frac{1}{x_2^2} \cos x_2 \lambda_2 + \frac{1}{x_2} \lambda_2 \sin x_2 \lambda_2$$

21. ÖRNEK PROBLEM

Dönmeye hareketi yapan bir elektrostatik enerji döngüstürücüsünün kapasitesi $C = (V\theta)^3 + V \cos\theta$ (F) olarak verilebilir. Burada V volt olarak gerillimi θ ise radyan olarak hareketli kısımın belli bir referansa göre konumunu belirleyen açıdır.

- Sistemde depo edilen enerjisiy $V = 5V$ ve $\theta = \pi/3$ iken buluruyunuz.
- a) Sıkkındaki koşullarda hareketli parçaya etkiyen momenti bulunuz.

Cözüm

Kapasite ifadesinin gerillimin fonksiyonu olması nedeniyle sistem non-linear dir.

Once yük ifadesini bulalim.

$$q = Cv$$

$$q = V^4 \theta^5 + V^2 \cos\theta$$

Yük fonksiyonu bilindiğinden coenerji fonksiyonu kolayca bulunabilir.

$$W_C = \int_0^V q dV$$

$$W_C = \int_0^V (V^4 \theta^2 + V^2 \cos\theta) dV$$

$$W_C = \frac{V^5}{5} \theta^3 + \frac{V^3}{3} \cos\theta \Big|_0^V$$

$$W_C = \frac{V^5}{5} \theta^3 + \frac{V^3}{3} \cos\theta$$

Coenerji fonksiyonundan vararlanarak enerji fonksiyonu bulunabilir.

$$W = q \cdot V$$

$$W = V^5 \theta^3 + V^3 \cos\theta - \frac{V^5}{5} \theta^3 - \frac{V^3}{3} \cos\theta$$

$W = \frac{4}{5} V^5 \theta^3 + \frac{2}{3} V^3 \cos\theta$

Problemin sayısal değerlerini yerine koymalı.

$$W = \frac{4}{5} (5)^5 (\frac{\pi}{3})^3 + \frac{2}{3} (5)^2 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$W = 4 \cdot 5^4 (\frac{\pi}{3})^3 + \frac{2}{3} (5)^3 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$W = 125 \left[4 \cdot 5^4 (\frac{\pi}{3})^3 + \frac{2}{3} (5)^3 \cos \frac{\pi}{3} \right]$$

$$W = 125 \left[20 \left(\frac{\pi}{3} \right)^3 + \frac{1}{3} \right]$$

$$W = 2829 \text{ Joule}$$

b) Moment co-enerjinin θ ya göre türevini alarak buluna-
bilir.

$$T_e = \frac{W_c(v, \theta)}{\partial \theta}$$

$$T_e = \frac{3}{5} v^5 \theta^2 - \frac{v^3}{3} \sin \theta$$

Problemin sayısal verilleri yerine konursa $T_e = 2020 \text{ N-m}$
bulunur.

Problemin çözümünde sistemin non-linear olmasına dikkat etmek gereklidir. Enerjinin $W = 1/2 (cv^2)$ ifadesi ancak linear sistemlerde geçerli olduğundan bu problemin çözümünden $v^2/2(dv/d\theta)$ kullanılamaz. Benzer tarzda moment için $T_e = v^2/2(dc/d\theta)$ ifadesi yine bu problemde kullanılamaz.

ÖRNEK PROBLEM

Akim ve dönmeye açısıyla değiştiği bilinen bir endüktans üzerinde yapılan ölçümelerle su sonuçlar elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial i} = A + B \cos \theta$$

$$\lambda(i, \theta) = K \cos \theta + M$$

Burada λ toplam aki, i akım, $\theta = \omega t$ olarak dönmeye açısıdır. A , B , K , M ve ω birer sabittir.

- a) Toplam akının, $\lambda = \lambda(i, \theta)$ biçiminde akım ve açıya bağlı fonksiyonunu belirleyiniz.
- b) Endüktansın $L = L(i, \theta)$ biçimde akım ve açıya bağlı fonksiyonunu belirleyiniz.
- c) Magnetik enerji ve coenerjiyi bulunuz.
- d) Sistemde oluşan momentin değerini belirleyiniz.
- e) Akımın $i = I$ sinot şeklinde değiştiği bilindiğine göre endüklenen gerilimin işlevini bulunuz.

Cözüm

- a) Toplam aki, akımın kısmi türevi olarak verildiğinden, toplam aki fonksiyonu akıma göre integral alarak bulunabilir.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial i} = A + B \cos \theta$$

$$\lambda = Ai + Bi \cos\theta + C(\theta)$$

Burada $C(\theta)$ integrasyon sabitidir ve bağlantılı koşullarından yararlanarak belirlenebilir.

$$\lambda(0, \theta) = C(\theta) = K \cos\theta + M$$

Toplam akı, akım ve dönme açısının fonksiyonu olarak yeniden yazılabilir.

$$\lambda = Ai + Bi \cos\theta + K \cos\theta + M$$

b) Endüktans fonksiyon, endüktansın tanım bağıntısından yararlanılarak bulunabilir.

$$L = \frac{\lambda}{i} = A + B \cos\theta + \frac{K}{i} \cos\theta + \frac{M}{i}$$

Endüktansın linear olması için akımdan bağımsız olması gereklidir. Endüktans $K = M = 0$ iken lineardir.

c) Toplam akımın fonksiyonu olarak verildiğinden, sistemin coenerji fonksiyonunu bulmak gereklidir.

$$W_C = \int_0^I \lambda di = \int_0^I (Ai + Bi \cos\theta + K \cos\theta + M) di$$

$$W_C = \left[\frac{A}{2} i^2 + \frac{B}{2} i^2 \cos\theta + Ki \cos\theta + Mi \right]_0^I$$

$$W_C = \frac{A}{2} i^2 + \frac{B}{2} i^2 \cos\theta + Ki \cos\theta + Mi$$

Coenerji fonksiyonundan yararlanılarak enerji fonksiyonu bulunabilir.

$$W = i \lambda - W_C$$

$$W = [Ai^2 + Bi^2 + Ki \cos\theta + Mi] - \left[\frac{A}{2} i^2 + \frac{B}{2} i^2 + Ki \cos\theta + Mi \right]$$

$$W = \frac{A}{2} i^2 + \frac{B}{2} i^2, \text{ coenerji türrevini almak gereklidir.}$$

- d) Bağımsız akım olduğundan momenti bulmak için coenerji fonksiyonun türrevini almak gereklidir.

$$T_e = + \frac{\partial W_C}{\partial \theta}$$

$$T_e = - \frac{B}{2} i^2 \sin\theta - Ki \sin\theta$$

- e) Endüksiyon gerilim Faraday yasasından yararlanarak belirlenebilir.

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}$$

Öncelikle di/dt ve $d\theta/dt$ türrevlerini belirleyelim.

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} (I_m \cos\omega t)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$\partial\lambda / \partial i$ ve $\partial\lambda / \partial \theta$ kismi türevlerini bulalım.

$$\frac{\partial\lambda}{\partial i} = A + B \cos \theta$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial \theta} = -Bi \sin \theta - K \sin \theta$$

0 halde endüklenen gerilim bağıntısı şu şekilde olacaktır.

$$e = (A + B \cos \theta) (\frac{d\omega}{dt} I_m \cos \omega t) + (-Bi \sin \theta - K \sin \theta) (\omega)$$

23. ÖRNEK PROBLEM

Kayıpsız bir elektromekanik düzeneğin sargasına ilişkin endüktans

$$L = \frac{i}{x} + \frac{x}{i} \quad [H]$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada $x = 10 e^{-t} (m)$ hareketli parçanın sabit bir noktaya göre yerdeğiştirme-sini, $i = 20 \sin(\omega t) (A)$ sargıdan akan akımı göstermektedir. $\omega = 3 \text{ rad/s}$ olarak verilmiştir. $t = 1.2 \text{ s}$ anında

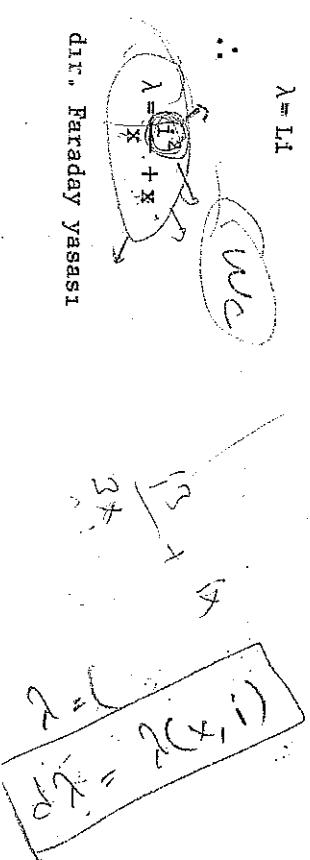
- a) Sargedə endüklenen gerilimi
 - b) Alanda biriken enerjiyi
 - c) Hareketli parçaya etkileyen kuvveti
- bulunuz.

Cözüm

- a) Sargedə endüklenen gerilim Faraday yasasından yararılanarak bulunabilir.

Toplam aki

$$\lambda = Li$$



dir. Faraday yassası

$$e = \frac{dI}{dt}$$

$$e = \frac{2I}{x} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{i^2}{x^2} \frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}$$

Şeklindedir. Burada geçen türrevleri bulalım.

$$\frac{di}{dt} = 60 \cos 3t$$

$$\frac{dx}{dt} = -10 e^{-t}$$

Akım ve yerdeğiştirme fonksiyonlarının ve bunların türrevlerinin $t = 1.2$ s deki değerlerini bulalım.

$$i(1.2) = -8.850$$

$$x(1.2) = 3.012$$

$$\frac{di}{dt}(1.2) = -53.806$$

$$\frac{dx}{dt}(1.2) = -3.012$$

Endüklenen gerilim

$$e = \frac{2i}{x} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{i^2}{x^2} \frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt}$$

$$e = \frac{2(-8.850)}{3.012} (-53.806) - \frac{(-8.850)^2}{(3.012)^2} (-3.012) + (-3.012)$$

$$e = 339.182 \text{ Volt}$$

Bu sonuçta çözümünde $e = L(di/dt)$ bağıntısını kullanmak

yanlış sonuç verir, çünkü bu bağıntı ancak L sabit iken geçerlidir, halbuki probleme endüktansın değişken olduğu görülmektedir.

b) Alanda depo edilen enerjiyi bulmadan önce coenerjiyi bulalım.

$$W_c = \int_0^i \lambda di$$

$$W_c = \int_0^i \left(\frac{i^2}{x} + x \right) di$$

$$W_c = \left. \frac{i^3}{3x} + xi \right|_0^i =$$

$$W_c = \frac{i^3}{3x} + xi$$

Enerji ifadesine geçelim.

$$W = i \lambda - W_c$$

$$W = \frac{i^3}{3x} + ix - \frac{i^3}{3x} - ix$$

$$W = \frac{2}{3} \frac{i^3}{x}$$

KAYNAKLAR

$t_i = 1.2 \text{ s için}$

$$W = \frac{2}{3} \frac{(-8.850)^3}{3.012}$$

$$\therefore W = -153.421 \text{ Joule}$$

Burada enerjiyi hesaplarken $W = 1/2(Li^2)$ bağıntısından gitmek yanlış olurdu, çünkü bu bağıntı ancak endüktansın sabit olması durumunda geçerlidir. Probleme endüktans değişken olarak verilmistir.

c)

$$\boxed{F = \frac{dW_C}{dx}}$$

∴

$$F = -\frac{1}{3x^2} + 1$$

∴

$$F = -\frac{(-8.850)^3}{3(3.012)^2} + (-8.850)$$

∴

$$F = 16.618 \text{ N}$$

Kuvveti $F = i^2 / 2(dL/dx)$ bağıntısından yararlanarak bulma-ya çalışmak yanlış olur. Çünkü bu bağıntı ancak I akımının islevi değil iken geçerlidir.

A) ELEKTROMEKANİK ENERJİ DÖNÜŞÜMÜ KONUSUNDA YAZILMIŞ ÖZEL KİTAPLAR

1. MEISEL, J. "Principles of Electromechanical Energy Conversion" Robert E.Krieger Publishing Company, Florida, 1984.
2. WHITE, D.C. and WOODSON, H.H. "Electromechanical Energy Conversion", John Wiley, New York, 1959.
3. WOODSON, H.H. and MELCHER, J.R. "Electromechanical Dynamics, Part I: Discrete Systems", John Wiley, New York, 1968.
4. WOODSON, H.H. and MELCHER, J.R. "Electromechanical Dynamics, Part II: Fields, Forces and Motion" Robert E.Krieger Publishing Company, Florida, 1985.
5. WOODSON, H.H. and MELCHER, J.R. "Electromechanical Dynamics Part III: Elastic and Fluid Media" Robert E. Krieger Publishing Company, Florida, 1985.
6. BROWN, D.R. and HAMILTON III, E.P. "Electromechanical Energy Conversion" Macmillan Publishing Company. New York, 1984.
7. SLEMON, G.R. "Magnetolectric Devices: Transducers, Transformers and Machines" John Wiley, New York, 1966.
8. GOURLISHANKAR, V. and KELLY, D.H. "Electromechanical Energy Conversion" Second Edition, Intertext Books London, 1973.
9. LEVI, E. and PANZER, M. "Electromechanical Power Conversion" Second Edition, Dover Publication, New York, 1974.
10. NASAR, S.A. "Electromagnetic Energy Conversion Devices and Systems" Prentice-Hall, New Jersey, 1970.

1. MAJMUDAR, H. "Electromechanical Energy Converters" Allyn and Bacon, Inc., Boston, 1965.
3. SEELY, S. "Electromechanical Energy Conversion" McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.
4. CHAPMAN, C.R. "Electromechanical Energy Conversion" Blaisdell Publishing Company, New York, 1965.
5. SCHMITZ, N.L. and NOVOTNY, D.W. "Introductory Electromechanics". The Ronald Press Company, New York, 1965.
6. CROSNO, C.D. "Fundamentals of Electromechanical Conversion" Harcourt, Brace and World, Inc., New York, 1968.
7. ELLISON, A.J. "Electromechanical Energy Conversion" Reinhold Publishing Corporation, New York, 1965.
8. KOENING, H.E. and BLACKWELL, W.A. "Electromechanical System Theory" McGraw-Hill Book Company, New York, 1961.
9. DEL TORO, V. "Electromechanical Devices for Energy Conversion and Control Systems" Prentice Hall, New Jersey, 1968.
10. ERSAK, A. and ERMIŞ, M. "Notes on Principles of Electromechanical Energy Conversion" 2nd Edition, METU, Ankara, 1986.
11. SKILLING, H.H. "Electromechanics: A first course in Electromechanical Energy Conversion" John Wiley, New York, 1962.
12. KU, Y.H. "Electric Energy Conversion" The Ronald Press Company, New York, 1959.
13. MATSCH, L.W. "Capacitor, Magnetic Circuits and Transformer" Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1964.
14. ROTERS, H.K. "Electromagnetic Devices" John Wiley, New York, 1942.

25. BEGAMUDRE, R.D. "Electromechanical Energy Conversion with Dynamics of Electric Machinery" John Wiley, New Delhi, 1989.
26. STEIN, R. and HUNT, W.T. "Electromagnetic Devices" Allyn and Bacon, New York, 1963.
1. SLEMON, G.R. and STRAUCHEN, A. "Electric Machines" Addison-Wesley Publishing Company, Reading, 1980.
2. NASAR, S.A. and UNNEWEHR, L.E. "Electromechanics and Electric Machines" John Wiley, New York, 1979.
3. NASAR, S.A. "Electric Machines and Transformers" Macmillan Publishing Company, New York, 1984.
4. NASAR, S.A. "Electric Energy Conversion and Transmission" Macmillan Publishing Company, New York, 1985.
5. NASAR, S.A. "Electric Machines and Electromechanics" Schaum's Outline Series, McGraw Hill Book Company, New York, 1981.
6. MATSCH, L.W. and MORGAN, J.D. "Electromagnetic and Electromechanical Machines" Third Edition, Harper and Row, Publishers, New York, 1986.
7. SEN GUPTA; D.P. and LYNN, J.W. "Electrical Machines Dynamics" Mac Millian, London, 1980.
8. THALER, G.J. and WILCOX, M.L. "Electric Machines" John Wiley, New York, 1966.
9. KRAUSE, P.C. "Analysis of Electric Machinery" McGraw Hill, New York, 1987.
10. FITZGERALD, A.E. and KINGSLEV, C. and UMANS, S.D. "Electric Machinery" Fourth Edition. McGraw Hill Book Company, New York, 1983.

11. DANIELS, A.R. "Introduction to Electrical Machines" McMillan, London, 1979.
 12. STEVEN, R.E. "Electrical Machines and Power Electronics" Van Nostrand Reinhold (U.K.) Co. Ltd., London, 1983.
 13. MORGAN, A.T. "General Theory of Electrical Machines" Heyden, London, 1979.
 14. STEIN, R. and HUNT, W.T. "Electric Power System Components: Transformers and Rotating Machines" Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979.
 15. GURU, B.S. and HIZIROĞLU, H.R. "Electric Machinery and Transformers" Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, San Diego, 1988.
 16. EL-HAWARY, M.E. "Electric Machines with Power Electronic Applications" Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall Inc., 1985.
 17. LINDSAY, A.E. and RASHID, M.H. "Electromechanics and Electric Machinery" Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall Inc., 1986.
- C) ELEKTROMEKANİK ENERJİ DÖNÜŞÜMÜ İLE İLGİLİ TÜRKÇE KİTAPLAR
- 1) SARIOĞLU, M.K. "Elektrik Makinalarının Temelleri I: Enerji Dönüşümü, Makina Modelleri" 2.nci Baskı, İ.T.Ü. Yayınevi, İstanbul, 1975.
 - 2) AKBABA, M. "Elektromekanik Enerji Dönüşümü Problemleri" Çağlayan Yayınevi, İstanbul, 1978.
 - 3) ÇETİN, I. "Transformatör: Kısım I" İstanbul, 1988.

